

Inhalt

		Seite
4_1. Differenzieren	Technologieeinsatz (nach Aufgabennummer)	
	1.18 Limes	2
	1.45 1.46 Differenzieren	2
	1.48 Ableiten der Exponentialfunktion	2
	1.49 Ableiten der Exponentialfunktion mit bel. Basis	3
	1.53 Ableiten des natürlichen Logarithmus	3
4_2. Regression& Korrelation	1.94 Kurvenuntersuchung	3
	2.1 lin. Regression	4
	2.2.2 nichtlineare Regression	
	2.3 2-Variablenstatistik	4
4_3. Kosten- Preistheorie	2.18 Korrelation	5
	Siehe Kurvenuntersuchung. Max, Min; Wendepunkte	
4_4. Integrieren	4.25 Integral	6
	4.44 Bestimmtes Integral	6
	4.45_46 Flächenberechnung	6
	4.53 Fläche f-g	7

In der vorliegenden Anleitung sind nur jene Funktionen des Rechners angesprochen, die im Lehrbuch "Kompetenz: Mathematik HUM 4" zu den angeführten Aufgaben empfohlen werden.

Abschnitt1: Differenzieren

1.18 Limes

$$f(x) = 3^{-2x}$$

Das Verhalten im Unendlichen:
Eingabe im Algebrafenster/
Eingabezeile:
Grenzwert[Funktion, Wert]
Die Funktionsgleichung und ∞
eingeben.
Grenzwert1 $[1/x^2, \infty]$ und
Grenzwert2 $[1/x^2, -\infty]$

Außerdem liefert Geogebra auch alle
Asymptoten der Funktion.
Asymptote[Funktion]
Asymptote $[1/x^2]$

(Bei $x = 0$ ist eine senkrechte
Asymptote, es liegt eine Polstelle vor.)

Gibt man **Grenzwert** $[1/x^2, 0]$ ein, so
wird dies bestätigt.

zur Auswahl zurück

1.45 Differenzieren $f(x) = x^3$

Funktion eingeben:
 $f(x) = x^3$
Die allgemeine Gleichung der
Ableitungsfunktion wird durch Eingabe
ins **Algebrafenster** angegeben und im
Grafikfenster gezeichnet.
Ableitung[f]
oder einfach **f'**

Stellen -1,7; 1,7

$$f'(1.7) \rightarrow 8,67$$

$$f'(1.7) \rightarrow 8,67$$

1.46

Wird gleich bearbeitet wie 1.45.

1.48 Ableiten der Exponential- funktion $y = e^x$

$f = e^x$
Ableitung[f] bzw. f'
Die Ableitung kann man nicht grafisch
wahrnehmen, weil die beiden Kurven
gleich sind.
Die Gleichungen werden im
Algebrafenster angegeben.
Die Wertetabelle kann schnell erstellt
werden
Ansicht Tabelle/ Spalten füllen
A 2 Werte vorgeben und ziehen,
B 1 Zelle = $f(a_1)$ eingeben und ziehen
C 1. Zelle = $f'(a_1)$ eingeben und **ziehen**.
Die Tabelle in der Grafik liefert der
Befehl
TabellenText[Spalten... "v"]
„h“ liefert die horizontale Tabelle

Ausgabe

Algebra

- Zahl
 - Grenzwert1 = 0
 - Grenzwert2 = 0

Eingabe: **Grenzwert2 = Grenzwert** $[1 / x^2, -\infty]$

Unendlichkeitszeichen durch Klicken auf  in der Eingabezeile.

Algebra

- Liste
 - Liste1 = $\{y = 0, x = 0\}$

Eingabe: **Liste1 = Asymptote** $[1 / x^2]$

Zahl

- a = ∞

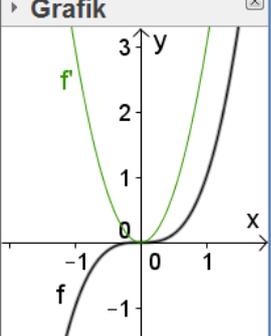
Eingabe: **a = Grenzwert** $[1 / x^2, 0]$

Algebra

- Funktion
 - $f(x) = x^3$
 - $f'(x) = 3x^2$

Eingabe: **f' = Ableitung** $[f]$

Grafik

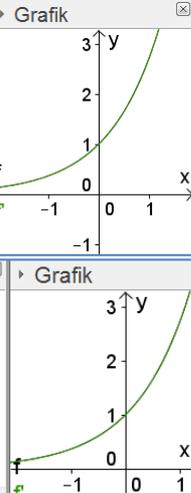


Algebra

- Funktion
 - $f(x) = e^x$
 - $f'(x) = e^x$

Eingabe: **Text3 = TabellenText** $\{\{A1:A5, B1:B5, C1:C5\}, "v"\}$

Grafik



Tabelle

	A	B	C
C1			=f(A1)
1	-2	0.14	0.14
2	-1	0.37	0.37
3	0	1	1
4	1	2.72	2.72

<p>1.49 Ableiten von a^x</p>	<p>$f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ eingeben Für den Tangentenanstieg an einer bestimmten Stelle zB $x = 1,4$ 1. Variante: Ableitung[f] bzw. f' und f'(1.4) eingeben $\rightarrow a$</p> <p>Oder 2. Variante Tangente[1.4,f] $\rightarrow b: y = \dots$ und Steigung [b] $\rightarrow c$</p>	
<p>1.53 Ableiten von Logarithmus</p> <p>$f(x) = \ln(x)$</p> <p>zur Auswahl zurück</p>	<p>$f(x) = \ln(x)$ f' eingeben Die Ableitungsfunktion wird eingegeben und gezeichnet.</p>	
<p>1.94 Kurvenuntersuchung</p> <p>$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$</p> <p>zur Auswahl zurück</p>	<p>Grafisches Verfahren Die Funktionsgleichung in die Eingabezeile zB $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ Tipp: Man muss f(x) = nicht unbedingt mit eingeben, es genügt der Funktionsterm, f(x) wird automatisch dazugeschrieben. Aber Achtung: bei linearen Funktionen NICHT nur den Term nehmen. In diesem Fall wird die Gerade als Objekt verstanden. Die Untersuchung wird dann schwieriger. Den Graph im Grafikfenster justieren und formatieren. Befehle: Nullstellen [f, Startwert, Endwert] Max[f, Startwert, Endwert] Min[f, Startwert, Endwert] Wendepunkt [f] Tangente[Punkt,f] Steigung [Punkt,f]</p> <p>Rechnerisches Verfahren mit CAS: $f_1(x)$ im Algebrafenster eingeben (definieren) Die 1. Ableitung in der Gleichung eingeben und automatisch lösen... \rightarrow Extrema Die 2. Ableitung (Grad der Ableitung zusätzlich angeben!) \rightarrow Wendepunkt Tangente mit x-Wert und Funktion. f'1'(2) gibt den Wert -3 ... Anstieg der Tangente bei $x = 2$</p>	

Abschnitt 2: Regression und Korrelation

2.1 lineare Regression

Eingabe	Ausgabe																																	
<p>Die Werte in Ansicht Tabelle eingeben</p> <p>Alle Werte markieren, rechte Maustaste: Erzeuge Liste von Punkten.</p> <p>Liste 1 und die Punkte sind im Algebrafenster.</p> <p>Eingabezeile: Trendlinie [Liste1]</p> <p>Die Gleichung steht im Algebrafenster.</p> <p>Im Grafikfenster sind die Punkte und die Gerade gezeichnet.</p> <p>Hierzu ist notwendig, das Fenster am besten mit Grafikeinstellung richtig zu justieren.</p> <p>Das Ziehen der Achsen ist nicht so bequem, denn x und y sollten „Am Rand fixiert“ werden....</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>167</td><td>68</td></tr> <tr><td>2</td><td>168</td><td>70</td></tr> <tr><td>3</td><td>169</td><td>69</td></tr> <tr><td>4</td><td>170</td><td>71</td></tr> <tr><td>5</td><td>175</td><td>78</td></tr> <tr><td>6</td><td>176</td><td>75</td></tr> <tr><td>7</td><td>177</td><td>80</td></tr> <tr><td>8</td><td>180</td><td>78</td></tr> <tr><td>9</td><td>181</td><td>80</td></tr> <tr><td>10</td><td>182</td><td>79</td></tr> </tbody> </table> <p>Algebrafenster: Gerade a: $y = 0.799x - 64.67$</p> <p>Liste: Liste1 = $\{(167, 68), (168, 70), (169, 69), (170, 71), (175, 78), (176, 75), (177, 80), (180, 78), (181, 80), (182, 79)\}$</p> <p>Grafikfenster: Masse in kg vs Größe in cm</p>		A	B	1	167	68	2	168	70	3	169	69	4	170	71	5	175	78	6	176	75	7	177	80	8	180	78	9	181	80	10	182	79
	A	B																																
1	167	68																																
2	168	70																																
3	169	69																																
4	170	71																																
5	175	78																																
6	176	75																																
7	177	80																																
8	180	78																																
9	181	80																																
10	182	79																																

2.2.2 Nichtlineare Regression

Die Eingabe ist gleich wie bei der linearen Regression. Es stehen nun aber unterschiedliche Kurven zur Auswahl. Geogebra hat hier ein gutes Angebot!

Liste der Punkte erstellen
die folgenden Befehle sind verfügbar:

Trend[<Liste von Punkten>, <Liste von Funktionen>] rechnet bel. Trend, für Parameter Schieberegler verwenden...

TrendExp[<Liste von Punkten>] ... e^{kx}

Trend Exp2[<Liste von Punkten>] ... ab^x

TrendImplizit[<Liste von Punkten>, <Grad>] implizite Kurve $f(x,y) = 0$

Trendlinie[<Liste von Punkten>] TrendlinieX[<Liste von Punkten>] ... Gerade

TrendLogistisch[<Liste von Punkten>] ...logistische Kurve

TrendPoly[<Liste von Punkten>, <Grad des Polynoms>] ...Polynome 2.3.4. Grades

TrendPot[<Liste von Punkten>] ax^b

TrendSin[<Liste von Punkten>] trigonometrische Funktionen

2.3
2-Variablenstatistik

zur Auswahl zurück

Die Befehle **einzeln eingeben**
alles markieren,
erzeuge Liste von Punkten.
Im Algebrafenster die statistischen
Größen berechnen:

kov=KOVARIANZ[Liste1]
Vorsicht: Grundgesamtheit!
macht in diesem Fall nichts, weil auch
die Standardabweichung bzw. Varianz
in der Grundgesamtheit berechnet
wird und daher für die Berechnung von
k herausfällt.
Benötigt man die Stichprobenwerte,
dann mal $n/(n-1)$!

mx=Mittelwert [A1:A9]
my=Mittelwert[B1:B9]
stabx=StandardabweichungX[Liste1]
Vorsicht: Grundgesamtheit!
benötigt man die Standardabweichung
der Stichprobe, dann mal

$$\sqrt{\frac{n}{n-1}}$$

oder gleich:
varx=Varianz[A1:A9] (= stabx²)
Vorsicht: Grundgesamtheit!

k = kov/varx
d=my-k *mx

	A	B
1	2	1
2	2	3
3	1	2
4	4	3
5	2	1
6	5	4
7	2	3
8	4	3
9	1	1

Zahl

- d = 0.863
- k = 0.575
- kov = 1.037
- mx = 2.556
- my = 2.333
- stabx = 1.343
- varx = 1.802

Oder die Befehle als statistische Analyse sofort ausgeben:
Bei Tabelle auf den 3. Button: Analyse von 2 Variablen klicken und auf das
Summenzeichen

The screenshot shows a software window titled "Datenanalyse - sbplus2.ggb" with a "Statistik" panel and a "Streudiagramm" (Scatter Plot) panel. The scatter plot shows data points for X (A1:A9) and Y (B1:B9) with a red regression line. The regression equation is $y = 0.5753x + 0.863$.

Statistik	Wert
MittelwertX	2.5556
MittelwertY	2.3333
Sx	1.424
Sv	1.118
r	0.7328
o	0.729
Sxx	16.2222
Syy	10
Sxy	9.3333
R ²	0.537
SQA	4.6301

2.18
Korrelation

Wir wählen aus der Tabelle die schnelle Analyse und lesen die Werte ab:

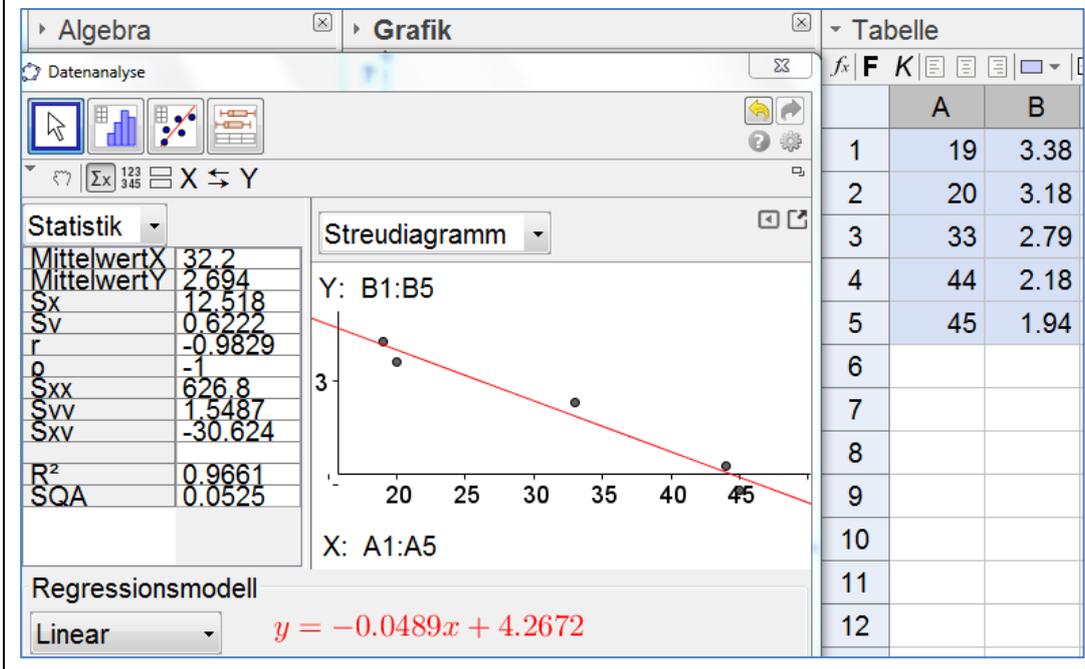
$r = -0,9829$

Bei Tabelle auf den 3. Button: Analyse von 2 Variablen klicken und auf das Summenzeichen.

r... Pearson Koeffizient

ρ ... Spearman Koeffizient

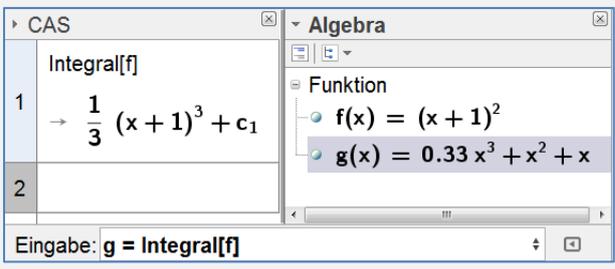
Die Rangordnung muss daher nicht eigens bestimmt werden.



Abschnitt 4: Integrieren

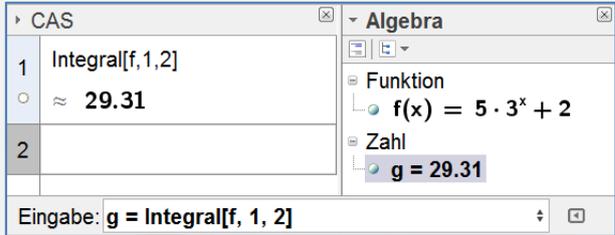
4.25 Integrieren

$$\int (x + 1)^2 dx$$

Eingabe:	Ausgabe:
<p>CAS: f(x) im Algebrafenster eingeben (definieren) CAS öffnen. Integral [f]</p> <p>Algebrafenster: in Eingabezeile Integral [f] eingeben.</p> <p>Vorsicht mit der Interpretation der Konstanten! In CAS und Algebra unterschiedliche Angaben!</p>	 <p>Eingabe: g = Integral[f]</p>

4.44 Bestimmtes Integral

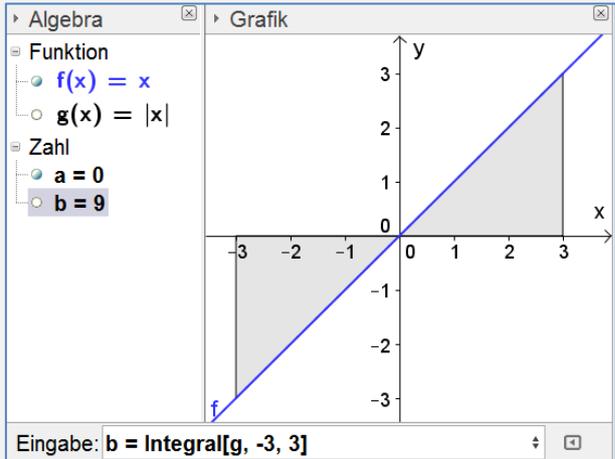
$$\int_1^2 (5 \cdot 3^x + 2) dx$$

<p>CAS: f(x) im Algebrafenster eingeben (definieren) CAS öffnen. Integral [f, untere Grenze = Startwert; obere Grenze = Endwert] nimm nicht Enter sondern den Button mit \approx</p> <p>Algebrafenster: in Eingabezeile Integral [f, untere Grenze = Startwert; obere Grenze = Endwert] eingeben.</p>	 <p>Eingabe: g = Integral[f, 1, 2]</p>
---	--

4.45/46 Flächen berechnen

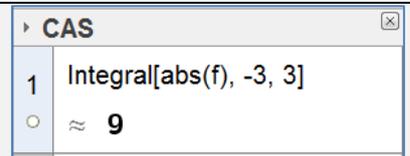
$$f(x) = x$$

Grenzen -3, 0, 3

<p>Algebra- und Grafikfenster Für die Fläche müssen die Vorzeichen beachtet werden! Üblicher Weg daher: Nullstellen vorher bestimmen und schrittweise integrieren</p> <p>TIPP: Um das zu umgehen, kann man auch den Absolutbetrag der Funktion integrieren! Allerdings nur zusammen mit der Grafik!</p> <p>1. Schritt, das ganze Integral mit unterem und oberem Grenzwert eingeben. Die Fläche wird schattiert, aber nicht richtig gerechnet! (a = 0)</p> <p>2. Schritt: In Algebra abs(f(x)) eingeben. → g(x) Integral untere, obere Grenze. Die Fläche wird richtig berechnet. (b = 9)</p>	 <p>Eingabe: b = Integral[g, -3, 3]</p>
---	--

zur Auswahl zurück

CAS:
Einfache Eingabe bei Verwendung
des Absolutbetrags der
vordefinierten Funktion f.



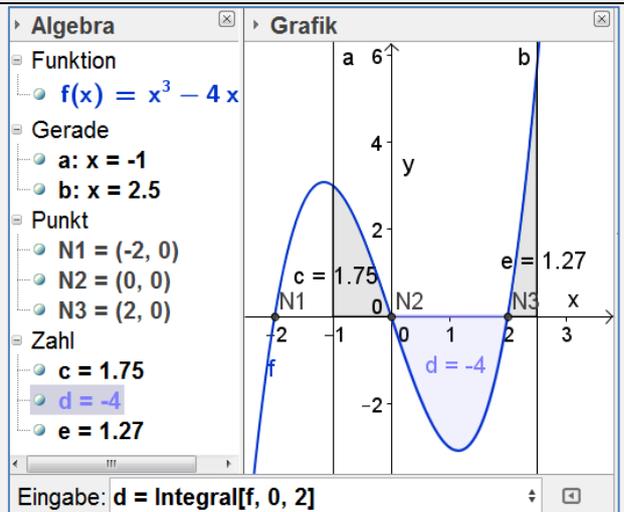
4.46 Fläche

$f(x) = x^3 - 4x$
 $a = -1,$
 $b = 2,5$

Diese Fläche kann gleich behandelt
werden wie 4.45

Hier wird nun die Teilung der
Flächen gezeigt.
Nullstellen berechnen
Dann die Integrale einzeln
eingeben.

Die Beträge werden addiert:
7,02 FE



zur Auswahl zurück

**4.53
Fläche zwischen 2
Funktionen**

$f_1(x) = x^2$
 $f_2(x) = 4$

Eine von den beiden gegebenen
Funktionen ist eine horizontale
Gerade.

Die Vorgangsweise gilt aber auch
für eine beliebige andere Funktion.

$f(x) = x^2$
 $g(x) = 4$

Schnittpunkte bestimmen:

Schneide [f,g]

Fläche berechnen:

IntegralZwischen

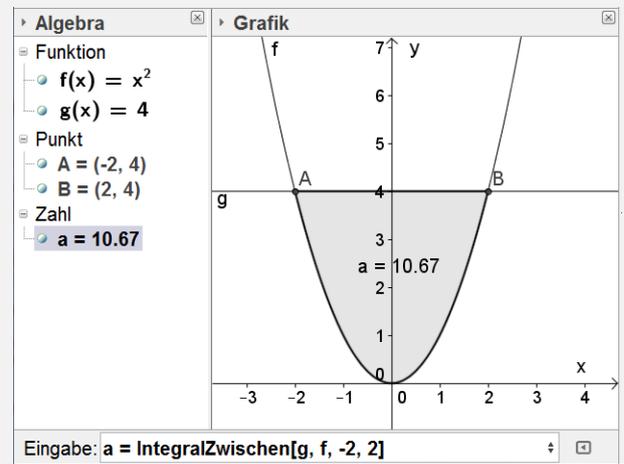
[g,f, Startwert, Endwert]

Tip: Möchte man ein positives
Ergebnis für das Integral, so muss
die „oben“ liegende Funktion zuerst
angeführt werden! (Umlaufsinn!)
Oder man beachtet das Vorzeichen
nicht.

Oder man setzt vor das Integral

abs (integral...

Beachte, bei mehreren
Schnittpunkten haben die Flächen
jeweils einen anderen Umlaufsinn
und daher muss man hier von
Schnittpunkt zu Schnittpunkt
integrieren...



zur Auswahl zurück