

## Inhalt

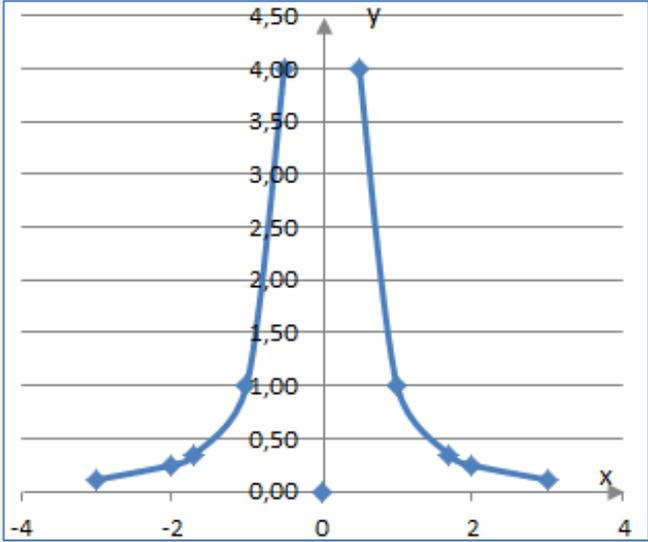
	Technologieeinsatz (nach Aufgabennummer)	Seite
<b>4_1. Differenzieren</b>	<a href="#">1.18 Limes</a>	2
	<a href="#">1.45 1.46 Differenzieren</a>	2
	<a href="#">1.48 Ableiten der Exponentialfunktion</a>	3
	<a href="#">1.49 Ableiten der Exponentialfunktion mit bel. Basis</a>	3
	<a href="#">1.53 Ableiten des natürlichen Logarithmus</a>	4
	<a href="#">1.94 Kurvenuntersuchung</a>	4
<b>4_2. Regression &amp; Korrelation</b>	<a href="#">2.1 lin. Regression</a>	5
	<a href="#">2.2.2 Nichtlineare Regression</a>	6
	<a href="#">2.3 2-Variablenstatistik</a>	7
	<a href="#">2.15 Korrelation</a>	7
<b>4_3. Kosten- Preistheorie</b>	Siehe Kurvenuntersuchung. Max, Min; Wendepunkte	
<b>4_4. Integrieren</b>	<a href="#">4.25 Integral</a>	8
	<a href="#">4.44 Bestimmtes Integral</a>	8
	<a href="#">4.45_46 Flächenberechnung</a>	8
	<a href="#">4.53 Fläche f-g</a>	9

In der vorliegenden Anleitung sind nur jene Funktionen des Rechners angesprochen, die im Lehrbuch "Kompetenz: Mathematik HUM 4" zu den angeführten Aufgaben empfohlen werden.

# Abschnitt1: Differenzieren

1.18 Limes  
 $f(x) = 3^{-2x}$

[zur Auswahl](#)  
[zurück](#)

	Eingabe	Ausgabe																																															
<p><b>Verhalten im Unendlichen:</b></p> <p>Eingabe der Funktion:                      1. Zeile (oder Spalte) einige Werte aus der Definitionsmenge                      2. Zeile/ 1. Zelle /= Gleichungsterm mit Zellenverweis/ziehen.</p> <p>Alle Zellen markieren/  <b>Einfügen/Grafik</b>                      (Punkt xy, mit Verbindungslinie)</p> <p>Einen sehr hohen Wert und einen sehr niederen Wert anfügen → Verhalten im Unendlichen, beide Grenzwerte sind 0.                      Asymptote <math>y = 0</math></p> <p><b>DIV/=0!</b> deutet auf eine Unendlichkeitsstelle (Polstelle hin).                      Damit richtig gezeichnet wird, Werte kleiner als 1 einfügen und links und rechts dieser Stelle eine Spalte frei lassen. Dann werden die Punkt nicht durchgezogen.                      Die Grenzwerte für 1,7 und -1,7 kann man ebenfalls berechnen lassen...</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; font-size: small;"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> <th>E</th> <th>F</th> <th>G</th> <th>H</th> <th>I</th> <th>J</th> <th>K</th> <th>L</th> <th>M</th> <th>N</th> <th>O</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>-100000000</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1,7</td> <td>-1</td> <td>-0,5</td> <td></td> <td>0</td> <td></td> <td>0,5</td> <td>1</td> <td>1,7</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>100000000</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td>0,00</td> <td>0,11</td> <td>0,25</td> <td>0,35</td> <td>1,00</td> <td>4,00</td> <td>#DIV/0!</td> <td></td> <td>4,00</td> <td>1,00</td> <td>0,35</td> <td>0,25</td> <td>0,11</td> <td>0,00</td> </tr> </tbody> </table> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	1	-100000000	-3	-2	-1,7	-1	-0,5		0		0,5	1	1,7	2	3	100000000	2		0,00	0,11	0,25	0,35	1,00	4,00	#DIV/0!		4,00	1,00	0,35	0,25	0,11	0,00
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O																																		
1	-100000000	-3	-2	-1,7	-1	-0,5		0		0,5	1	1,7	2	3	100000000																																		
2		0,00	0,11	0,25	0,35	1,00	4,00	#DIV/0!		4,00	1,00	0,35	0,25	0,11	0,00																																		

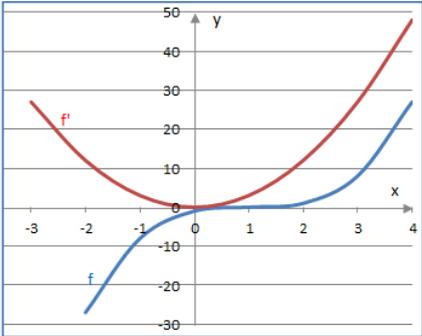
1.45  
**Differenzieren**  
 $f(x) = x^3$

Stellen -1,7; 1,7

<p>Den Ableitungsbefehl gibt es nicht.                      Näherungsweise kann man die Punkte der Ableitungskurve berechnen:</p> <p>Eingabe der Funktion:                      1. Zeile (oder Spalte) einige Werte aus der Definitionsmenge                      2. Zeile/ 1. Zelle /= Gleichungsterm mit Zellenverweis/ziehen.</p> <p><b>= (f(A1+0.00001)-f(A1))/0.00001</b> eingeben</p>	<div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>A3      fx      =((A1+0,00001)^3-A1^3)/0,00001</p> </div> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; font-size: small;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Mappel</th> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> <th>E</th> <th>F</th> <th>G</th> <th>H</th> <th>I</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td>-27</td> <td>-8</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>8</td> <td>27</td> <td>64</td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td>27,00</td> <td>12,00</td> <td>3,00</td> <td>0,00</td> <td>3,00</td> <td>12,00</td> <td>27,00</td> <td>48,00</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center; margin-top: 20px;">Für die Berechnung an den Stellen 1,7 und -1,7 fügt man am besten die Zellen an und zieht:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tbody> <tr> <td style="width: 50%;">-1,7</td> <td style="width: 50%;">1,7</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td>8,67</td> <td>8,67</td> </tr> </tbody> </table>	Mappel		A	B	C	D	E	F	G	H	I	1		-3	-2	-1	0	1	2	3	4		2		-27	-8	-1	0	1	8	27	64		3		27,00	12,00	3,00	0,00	3,00	12,00	27,00	48,00		-1,7	1,7			8,67	8,67
Mappel		A	B	C	D	E	F	G	H	I																																									
1		-3	-2	-1	0	1	2	3	4																																										
2		-27	-8	-1	0	1	8	27	64																																										
3		27,00	12,00	3,00	0,00	3,00	12,00	27,00	48,00																																										
-1,7	1,7																																																		
8,67	8,67																																																		

Alles markieren/Einfügen/  
**Grafik(Punkt(xy) mit  
 Verbindungslinie)**

Beim Zeichnen die  
 regelmäßigen Abstände  
 -3 bis 4 verwenden  
 (1,7 und -1,7 nicht  
 mitzeichnen!)



**1.46** Wird gleich bearbeitet wie 1.45

**1.48**  
**Ableiten der  
 Exponential-  
 funktion  $y = e^x$**

=  $\exp(A1)$  als Formel in der  
 1. Zelle in Zeile 2 verwenden  
 und ziehen.

= $(\exp(A1+0,00001)-$   
 $\exp(A1))/0,00001$   
 in der 1. Zelle in Zeile 3  
 eingeben und ziehen.

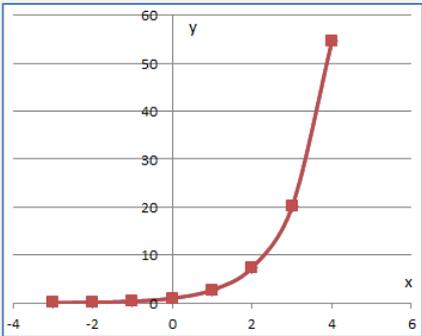
Man sieht die exakt gleichen  
 Funktionswerte!

Die Einzelwerte zB 1, 4 und -  
 1,4 außerhalb zusätzlich zu  
 den regelmäßigen  
 Zeichenwerten anfügen zum  
 Rechnen.

A3  $f_x = (EXP(A1+0,000001)-EXP(A1))/0,000001$

Mappe1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	-1,4	1,4	
2	0,05	0,14	0,37	1,00	2,72	7,39	20,09	54,60	0,25	4,06	
3	0,05	0,14	0,37	1,00	2,72	7,39	20,09	54,60	0,25	4,06	



**1.49**  
**Ableiten von  $a^x$**

= $(2/3)^{A1}$  eingeben;  
 Tangentenanstieg an einer  
 bestimmten Stelle  
 zB  $x = 1,4$ :

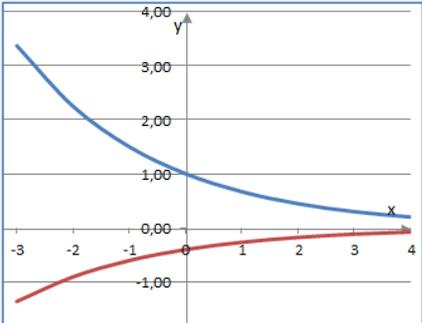
1. Variante:  
 = $((2/3)^{(A1+0,00001)-$   
 $(2/3)^{A1})/0,00001$   
 eingeben  $\rightarrow k = -0,23$

Für das Zeichnen wieder eine  
 regelmäßige Wertereihe  
 eingeben.

A3  $f_x = ((2/3)^{(A1+0,000001)-(2/3)^{A1})/0,000001$

Mappe1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	-1,4	1,4	
2	3,38	2,25	1,50	1,00	0,67	0,44	0,30	0,20	1,76	0,57	
3	-1,37	-0,91	-0,61	-0,41	-0,27	-0,18	-0,12	-0,08	-0,72	-0,23	



**1.53**  
**Ableiten von**  
**Logarithmus**

$f(x) = \ln(x)$

**zur Auswahl**  
**zurück**

$f(x)=\ln(x)$

Die Ableitungsfunktion wird angegeben und gezeichnet.

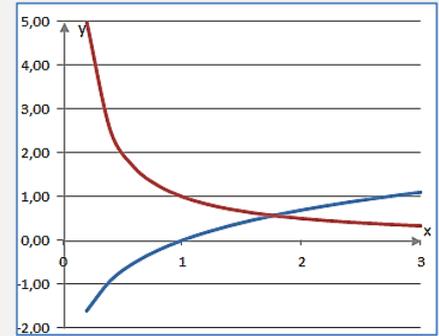
Aus den Werten erkennt man die Ableitungsfomel

$(\ln(x))' = \frac{1}{x}$

B3  $f_x = =(\ln(B1+0,00001)-\ln(B1))/0,00001$

Mappe1

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	0,5	1	1,5	2	2,5	3
2	ln(x)	-0,69	0,00	0,41	0,69	0,92	1,10
3	ln(x)'	2,00	1,00	0,67	0,50	0,40	0,33 = 1/x!



**1.94**  
**Kurven-**  
**untersuchung**  
 $f(x) =$   
 $x^3 - 6x^2 + 9x + 1$

**Grafisches Verfahren**

Die Funktionsgleichung zeichnen. Definitionsmenge und Schrittweite vorher überlegen und die Tabelle vorbereiten.

Die Funktionsgleichung in die Eingabezeile zB  
 $= A1^3 - 6 * A1^2 + 9 * A1 + 1$   
**Einfügen/Diagramm/Punkt/verbunden Linie**

**Für den solver die Tabelle vorbereiten.**  
 Vorbereitung:  
 In Zielzelle den Funktionsterm in x Zellen 1, bei Nullstelle -1  
 Bei Wendepunkt kommt in die Zielzelle die **1. Ableitung**

**Daten/Solver/ Zielzelle /Variablenzelle (Min bzw Max bzw. 0) / Löse**

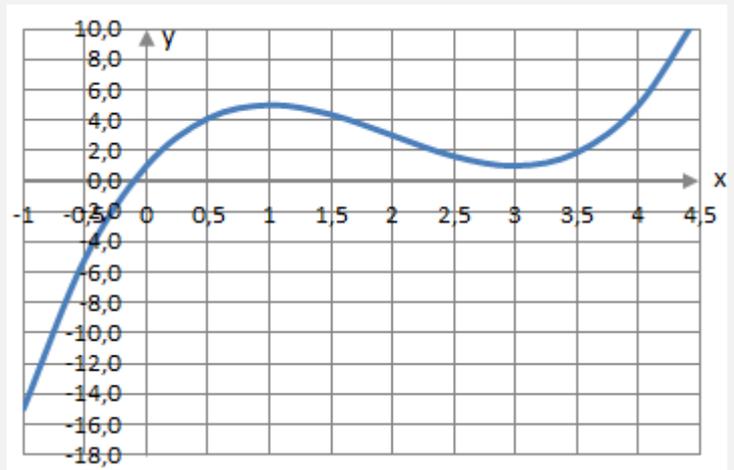
Für den Wendepunkt:  
**Min wählen**, weil Steigung abnehmend!

Die Tangente kann man einzeichnen, wenn man in die 1. Tabelle als 3. Zeile die Formel  $3*A1+9$  durchzieht und in die Grafik integriert.

**zur Auswahl**  
**zurück**

A2  $f_x = =A1^3-6*A1^2+9*A1+1$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
2	-15,0	-5,1	1,0	4,1	5,0	4,4	3,0	1,6	1,0	1,9	5,0	11,1



Vorbereitung

	min	max	null	wende	Wendetangente		
x	1	1	-1	1	=x <sub>w</sub>		
				=E5^3-6*E5^2+9*E5+1	=y <sub>w</sub>		
ziel	=B5^3-6*B5^2+9*B5+1	=C5^3-6*C	=D5^3-6*D5	=3*E5^2-12*E5+9	=k	d=	=E6-E7*E5

Ergebnis:

	min	max	null	wende	Wendetangente		
x	3,0	1,0	-0,104	2,0 =x <sub>w</sub>			
				3,0 =y <sub>w</sub>			
ziel	1,0	5,0	0,0	-3,0 =k	d=	9	

Der Wert (-3) ist der Anstieg der Wendetangente, daher:  
 Wendetangente:  $y = -3x + 9$

## Abschnitt 2: Regression und Korrelation

### 2.1 lineare Regression

Tabelle:

167	68
168	70
169	69
170	71
175	78
176	75
177	80
180	78
181	80
182	79

**zur Auswahl zurück**

#### Eingabe

Die Tabelle in die Zellen eingeben, alles markieren

**Eingeben/Grafik/Punkt Punkte** wählen/enter

Formatieren: evtl Legende löschen, Punkte und Achsen einrichten.

Achse anklicken, rechte Maustaste: **Achsen formatieren**

#### Streudiagramm

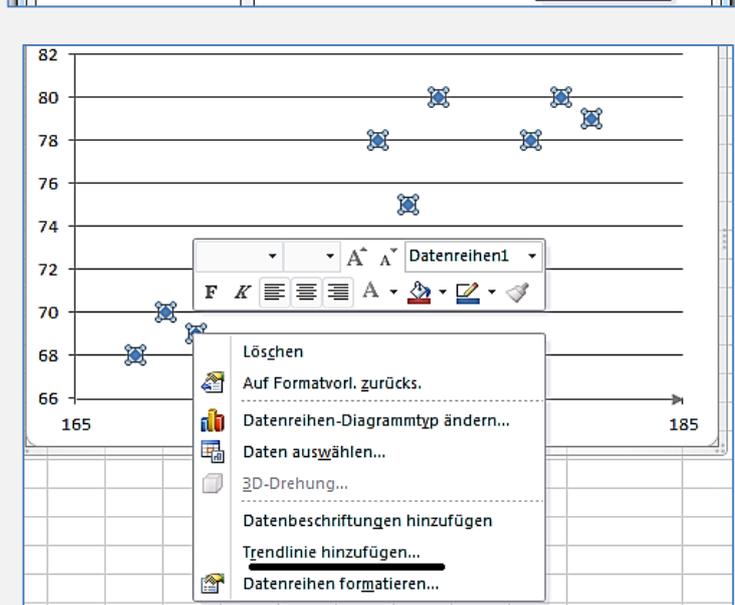
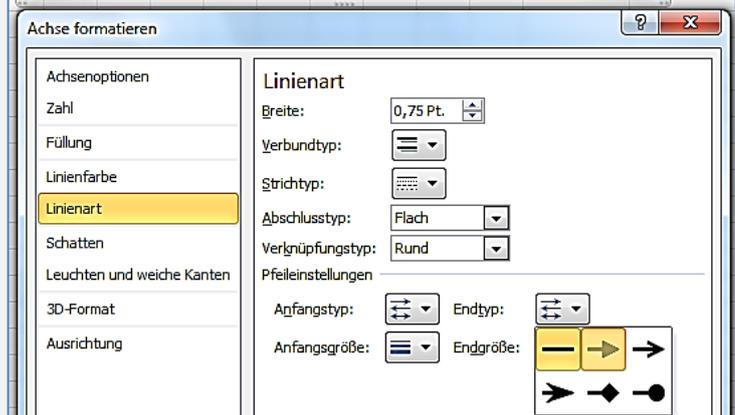
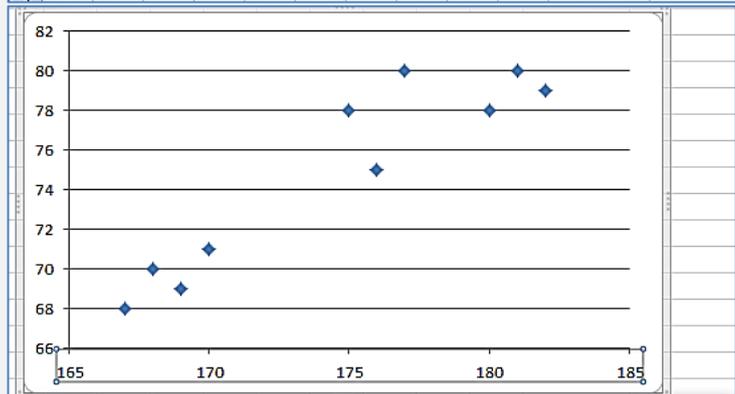
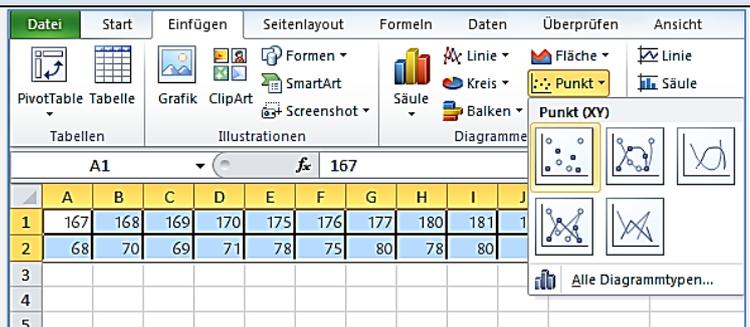
**Achsenpfeil:** **Linienart/Endtyp/Pfeil**

**Achsen mit Minimum Maximum und Schrittweite** nachjustieren

Auf einen Punkt in der Grafik klicken, rechte Maustaste, **Trendlinie hinzufügen**

**zur Auswahl zurück**

#### Ausgabe



linear auswählen,  
Formel im Diagramm  
anzeigen

Die Gleichung der  
Trendlinie kann im  
Diagramm abgelesen  
werden.

**zur Auswahl zurück**

Trendlinie formatieren

Trendlinienoptionen

Linienfarbe  
Linienart  
Schatten  
Leuchten und weiche Kanten

Trend-/Regressionstyp

Exponential  
 Linear  
 Logarithmisch  
 Polynomisch Reihenfolge: 2  
 Potenz  
 Gleitender Durchschnitt Zeitraum: 2

Name der Trendlinie

Automatisch: Linear (Datenreihen1)  
 Benutzerdefiniert:

Prognose

Weiter: 0,0 Punkte  
Zurück: 0,0 Punkte

Schnittpunkt = 0,0  
 Formel im Diagramm anzeigen  
 Bestimmtheitsmaß im Diagramm darstellen

## 2.2.2 Nichtlineare Regression

Die Eingabe ist gleich wie bei der linearen Regression. Es stehen nun aber unterschiedliche Kurven zur Auswahl. Excel bietet hier ein gutes Angebot!

Tabelle der Punkte erstellen, wie gewohnt  
die folgenden Befehle sind verfügbar:

Trendlinienoptionen

Trend-/Regressionstyp

Exponential  
 Linear  
 Logarithmisch  
 Polynomisch Reihenfolge: 2  
 Potenz  
 Gleitender Durchschnitt Zeitraum: 2

Name der Trendlinie

Automatisch: Linear (6)  
 Benutzerdefiniert:

Prognose

Weiter: 0,0 Punkte  
Zurück: 0,0 Punkte

Schnittpunkt = 0,0  
 Formel im Diagramm anzeigen  
 Bestimmtheitsmaß im Diagramm darstellen

**zur Auswahl zurück**

2.3  
2-Variablenstatistik

Um die statistischen Größen zu berechnen gibt es eine Menge von **Befehlen:** mit = beginnen, die ersten Buchstaben schreiben, es erscheint die Hilfe, dann auf den entsprechenden Befehl doppelklicken und ausfüllen  
**Beachte S für die Stichprobe!**

Mittelwert	=MITTELWERT(A1:J1)
Varianz Stichprobe	=VAR.S(A1:J1)
Standardabweichung	=STABW.S(A1:J1)
Kovarianz Stichprobe	=KOVARIANZ.S(A1:J1;A2:J2)

2.18  
Korrelation

19	3,38
20	3,18
33	2,79
44	2,18
45	1,94

Den Korrelationskoeffizienten nach Pearson erhält man bei linearer Regression gemeinsam mit der Regressionslinie. Dort kann das **Bestimmtheitsmaß  $R^2$**  angezeigt werden. Man zieht die Wurzel und beachtet, wenn die Gerade fallend ist, das negative Vorzeichen.

**Trendlinienoptionen**

Trend-/Regressionsstyp

- Exponential
- Linear
- Logarithmisch
- Polynomisch
- Potenz
- Gleitender Durchschnitt

Reihenfolge: 2

Zeitraum: 2

Name der Trendlinie

Automatisch: Linear (Datenreihen1)

Benutzerdefiniert:

Prognose

Weiter: 0,0 Punkte

Zurück: 0,0 Punkte

Schnittpunkt = 0,0

Formel im Diagramm anzeigen

Bestimmtheitsmaß im Diagramm darstellen

**zur Auswahl zurück**

Ohne Grafik erhält man mit dem Befehl **KORREL(Zeile 1; Zeile 2)** den Pearson-Koeffizienten.

	A	B	C	D	E
1	19	20	33	44	45
2	3,38	3,18	2,79	2,18	1,94
3					
4	=KORREL(				
5	KORREL(Matrix1; Matrix2)				

Um eine Tabelle von Werten in eine Rangordnung zu bringen, gibt es in Excel den Befehl **Rang. Mittelw(A1;1. Zeile markieren und F4;1)** 1 bedeutet Reihenfolge aufsteigend. **ziehen.**

	A	B	C	D	E
1	19	20	33	44	45
2	3,38	3,18	2,79	2,18	1,94
3					
4	=RANG.MITTELW(				
5	RANG.MITTELW(Zahl; Bezug; [Reihenfolge])				

Die 2. Zeile gleich behandeln. Hernach kann mit **KORREL** der Spearman Koeffizient berechnet werden.

	A	B	C	D	E
1	19	20	33	44	45
2	3,38	3,18	2,79	2,18	1,94
3					
4	1	2	3	4	5
5	5	4	3	2	1

## Abschnitt 4: Integrieren

### 4.25 Integrieren

Integrieren kann man mit Excel nur numerisch, d.h. die Stammfunktionen erhält man nur durch händisches Integrieren.

### 4.44 Bestimmtes Integral

$$\int_1^2 (5 \cdot 3^x + 2) dx$$

x-Werte:  
Untere Grenze beginnen, obere Grenze beenden.  
Geringe Abstände wählen und alle gleich groß.  
Je kleiner die Differenzen sind, desto besser wird das Ergebnis.  
2. Zeile: Funktion festlegen.  
ziehen.  
3. Zeile: Trapezformel:  
 $= (B2+A2)*(B1-A1)/2$   
ziehen.

**SUMME der 3. Zeile ohne letztes Glied! ist das gesuchte Flächenintegral!**  
Letztes Glied auslassen, weil es nur zur Differenzbildung benötigt wird.

Da das bestimmte Integral für positive Funktionswerte der Fläche von f zu x entspricht, kann die Grafik ebenfalls noch aus den Tabellen erstellt werden.

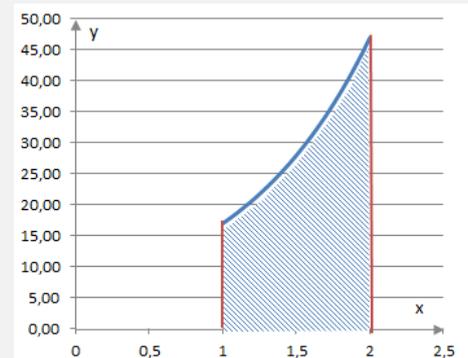
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
1	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2
2	17,00	17,85	18,74	19,69	20,69	21,74	22,86	24,03	25,28	26,59	27,98	29,45	31,00	32,64	34,37	36,19	38,12	40,16	42,32	44,59	47,00
3	0,87	0,91	0,96	1,01	1,06	1,11	1,17	1,23	1,30	1,36	1,44	1,51	1,59	1,68	1,76	1,86	1,96	2,06	2,17	2,29	
4																				sum	29,31

Besser ist es, die Stammfunktion **händisch zu berechnen!**  
Excel dann nur für die Berechnung mit den Grenzen einsetzen:

x	1	2
F(x)	15,7	45
Fläche:		29,31

Formeln:

x	1	2
F(x)	=5*3^A6/LN(3)+2*B6	=5*3^C6/LN(3)+2*C6
Fläche:		=C7-B7



### 4.45/46 Flächen berechnen

$$f(x) = x$$

Grenzen -3, 0, 3

Für die Fläche müssen immer die **Vorzeichen** beachtet werden!

Üblicher Weg daher: **Nullstellen** vorher bestimmen und **schrittweise integrieren**.

x	-3	0	3
f(x)	-3	0	3
F(x)	4,5	0	4,5
Int	9		

Gib zuerst die Grenzen allein ein, bilde f(x), siehst du einen Vorzeichenwechsel, so füge eine Spalte dazwischen ein, gehe auf die 2. Zeile, das ist das Ziel für den Solver: Gib dort Wert 0 und in der Variablenzelle (x. Zelle direkt darüber) ein. Löse. Dann hast du die Integralgrenzen.  
Löse mit den folgenden Formeln:

x	-3	0	3
f(x)	=B1	=C1	=D1
F(x)	=B1^2/2	0	=D1^2/2
Int	=ABS(C3-B3)+ABS(D3-C3)		

zur Auswahl zurück

#### 4.46 Fläche

$$f(x) = x^3 - 4x$$

$$a = -1,$$

$$b = 2,5$$

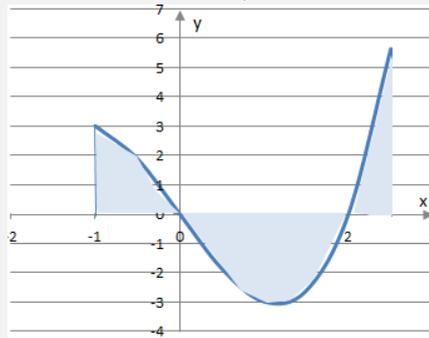
**zur Auswahl zurück**

In der Grafik erkennt man 2 Nullstellen. Hier wären sie einfach ablesbar, aber das ist meist nicht der Fall. Man muss sie daher vorher berechnen.

**Daten/Solver/Ziel und Variablenzelle definieren, = 0 Lösen.**

Integral nun wieder mit der Stammfunktion eingeben und stückweise die Absolutbeträge addieren.

Es ist zu empfehlen immer vorher die Grafik innerhalb der Grenzen zu machen, das erleichtert die Berechnung!



Nullstellen zuerst berechnen:

x	0	2
ziel	0	0
	1. Nullstelle	2. Nullstelle

Formel im Solver:

A	B	C
x	0	2
ziel	=B1^3-4*B1	=C1^3-4*C1
	1. Nullstelle	2. Nullstelle

x	-1	0	2	2,50
f(x)	3	0	0	5,63
F(x)	-1,75	0	-4	-2,73
Fläche:	7,015625			

Formeln dazu:

x	-1	0	2	2,5
f(x)	=B5^3-4*B5	=C5^3-4*C5	=D5^3-4*D5	=E5^3-4*E5
F(x)	=B5^4/4-4*B5^2/2	=C5^4/4-4*C5^2/2	=D5^4/4-4*D5^2/2	=E5^4/4-4*E5^2/2
Fläche:	=ABS(C7-B7)+ABS(D7-C7)+ABS(E7-D7)			

#### 4.53 Fläche zwischen 2 Funktionen

$$f_1(x) = x^2$$

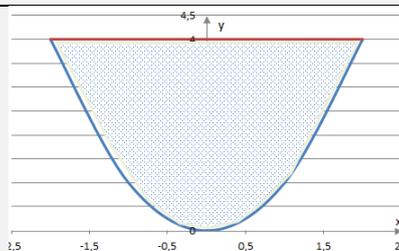
$$f_2(x) = 4$$

**zur Auswahl zurück**

Geht im Prinzip gleich wie vorher, nur geht es nun darum die **Schnittpunkte** der beiden Funktionen vorher zu berechnen. beide Funktionen eingeben.

Schnittpunkte: mit Solver (**hier an und für sich nicht notwendig**, weil sie leicht ablesbar und auch im Kopf berechenbar sind.)

**Daten/Solver**, einen Term als Zielzelle. Nebenbedingung: 2. Term = 1. Term eingeben.



x	2	-2
y1	4	4

Die Formel wurde hier ein bisschen kompliziert eingegeben, damit man sieht, wie es mit **allen Funktionen** zu handhaben ist.

x	2	-2
y1	=B5^2	=C5^2
y2	=4*B5^0	=4*C5^0

Solver-Parameter

Ziel festlegen:

Bis:  Max.  Min.  Wert:

Durch Ändern von Variablenzellen:

Unterliegt den Nebenbedingungen:

[zur Auswahl zurück](#)

**Flächenberechnung:**

Es wird zunächst die Fläche unter der höher gelegenen Funktion berechnet, davon wird die Fläche der tiefer gelegenen Funktion abgezogen.

Wenn man diese Überlegung nicht machen möchte, kann man auch in beliebiger Reihenfolge rechnen, muss dann aber den Absolutbetrag nehmen, falls das Vorzeichen negativ ist.

x	-2	2
F1	-2,67	2,667
F2	-8	8
Fläche	10,67	

**Formeln mit den vorher berechneten Stammfunktionen:**

x	-2	2
F1	=B9^3/3	=C9^3/3
F2	=4*B9	=4*C9
Fläche	=(C11-B11)-(C10-B10)	