

Inhalt

	Technologieeinsatz (nach Aufgabennummer)	Seite
1. Trigonometrische Funktionen	Eingabe der Winkel	2
	Bogenmaß	2
	Winkelfunktionen	2
	Arkusfunktionen	3
	1.2 Zeichnen von Winkelfunktionen	3
2. Differenzieren	2.18 Limes	4
	2.45 Differenzieren...Stelle	4
	2.46 Differenzieren...Kurve	4
	2.48 Ableiten der Exponentialfunktion	5
	2.49 Ableiten der Exponentialfunktion mit bel. Basis	5
	2.53 Ableiten des natürlichen Logarithmus	5
	2.95 Kurvenuntersuchung	6
3. Extremwerte	3.8 Extremwertaufgabe, grafisch	7
	3.8 Extremwertaufgabe ohne Grafik	7
4. Wahrscheinlichkeitsrechnung	4.33 Permutation, Variation, Kombination	8
	4.52 Grafik der Wahrscheinlichkeitsfunktion	9
	4.52 Grafik der Verteilungsfunktion	9
	4.59 Erwartungswert & Standardabweichung	9

In der vorliegenden Anleitung sind nur jene Funktionen des Rechners angesprochen, die im Lehrbuch "Kompetenz: Mathematik BAfEP 4" zu den angeführten Aufgaben empfohlen werden.

Abschnitt 1: Trigonometrie

Wiederholung:

Eingabe der Winkel

a) Modus GRAD Einstellungen, erweitert/ Winkel in Grad

Eingeben in Grad,
Minuten und
Sekunden

Umrechnen in Graddezimalen zur Auswahl zurück

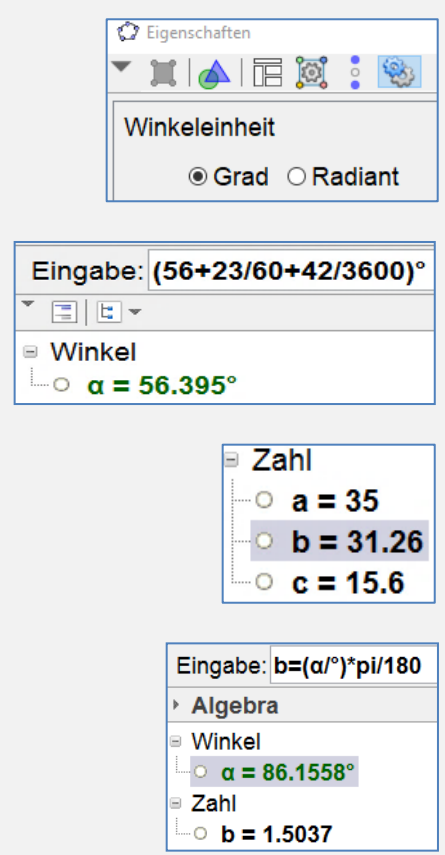
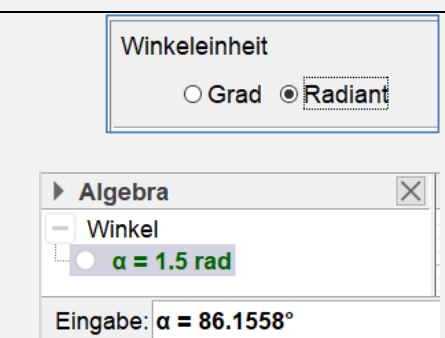
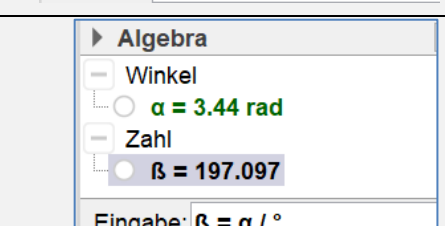
Umrechnen in Grad, Minuten, Sekunden

umrechnen Grad in Radiant

b) Modus RAD Einstellungen, erweitert/ Winkel in Rad

zur Auswahl zurück

Umrechnen von Radiant in Grad

Eingabe	Ausgabe
<p>Es ist wichtig, bei der Eingabe der Winkel zuerst immer zu entscheiden, welcher Winkel-MODUS verwendet werden soll.</p> <p>Bei Dreiecken arbeiten wir üblicherweise in Grad, bei den Funktionsgraphen in Radiant.</p> <p>Winkel werden automatisch in Grad verstanden. Vorher mit Division durch 60 die Minuten und Sekunden umwandeln. $56^{\circ}23'42'' = 56,395^{\circ}$</p> <p>Umgekehrt durch Multiplikation mit 60°. $35,521^{\circ} = 35^{\circ}31'15,6''$</p> <p>Winkel können in Geogebra nur zwischen 0° und 360° angegeben werden. Andere Winkel werden umgerechnet, auf einen entsprechenden Drehwinkel zwischen 0° und 360°.</p> <p>Die Konstante π ist bei Umrechnungen nützlich. Sie kann auch als pi eingegeben werden.</p>	 <p>The screenshot shows the 'Eigenschaften' (Properties) window for an angle. The 'Winkeleinheit' (Angle Unit) is set to 'Grad'. Below it, the input field shows the calculation $(56+23/60+42/3600)^{\circ}$ resulting in $\alpha = 56.395^{\circ}$. Another window shows a triangle with sides $a = 35$, $b = 31.26$, and $c = 15.6$. A third window shows the calculation $b = (\alpha / \pi) * \pi / 180$ resulting in $\alpha = 86.1558^{\circ}$ and $b = 1.5037$.</p>
<p>Eingabe des Winkels mit $^{\circ}$ Wird in diesem Modus automatisch in Rad ausgegeben</p> <p>Ohne Gradzeichen versteht Geogebra in diesem Modus die Zahl in RAD.</p>	 <p>The screenshot shows the 'Winkeleinheit' window with 'Radiant' selected. Below it, the 'Algebra' window shows the calculation $\alpha = 1.5 \text{ rad}$. The input field shows $\alpha = 86.1558^{\circ}$.</p>
<p>$\alpha = 3.44$ (automatisch rad) $\beta = \alpha / ^{\circ}$ ergibt das Gradmaß. $/^{\circ}$... ergibt eine neutrale Zahl und dividiert durch $\pi / 180!$</p>	 <p>The screenshot shows the 'Algebra' window with the calculation $\alpha = 3.44 \text{ rad}$ and $\beta = 197.097$. The input field shows $\beta = \alpha / ^{\circ}$.</p>

Winkelfunktionen im Modus RAD

Eingabe mit Gradzeichen bei Dreiecken
 $\sin(32^\circ)$
 $\cos(32^\circ)$
 $\tan(32^\circ)$

Eingabe: $\tan(32^\circ)$

Algebra

Zahl

- a = 0.5299
- b = 0.848
- c = 0.6249

Arkusfunktionen im Modus RAD

Für den Winkel muss man bedenken, dass Geogebra in diesem Modus den Winkel in rad ausgibt. Wenn man ihn in Grad benötigt, dann muss eingegeben werden:

$\text{asin}(5/13) * 180^\circ / \pi$ / Enter
 oder kurz $\text{asin}(5/13) / ^\circ$
 $\text{acos}(12/13) * 180^\circ / \pi$ / Enter
 oder kurz $\text{acos}(12/13) / ^\circ$
 $\text{atan}(5/12) * 180^\circ / \pi$ / Enter
 oder kurz $\text{atan}(5/12) / ^\circ$

Eingabe: $\text{atan}(5/12) * 180^\circ / \pi$

Algebra

Winkel

- a = 22.6199°

Algebra

Zahl

- a = 22.62

Eingabe: $a = \arctan(5 / 12) / ^\circ$

[zur Auswahl zurück](#)

1.2 Zeichnen von Winkelfunktionen

Der Winkel ist bei Eingabe der Winkelfunktionen normalerweise im Modus RAD.

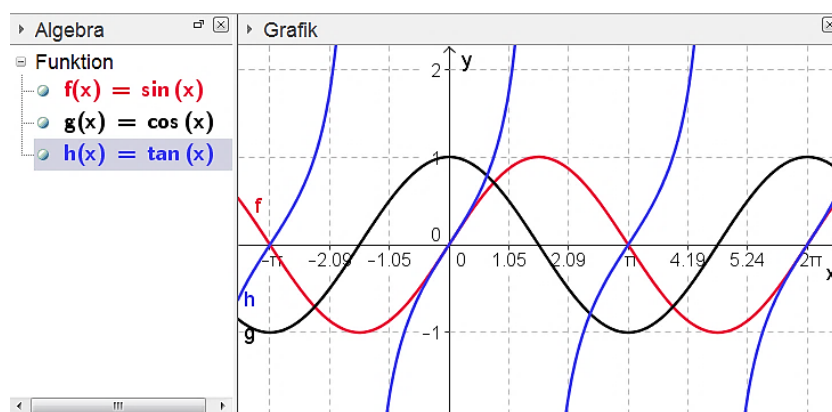
Um im Koordinatensystem ebenfalls die Unterteilung in Radiant zu erhalten, muss man die Einstellungen der Grafik in der x-Achse ändern:

Abstand: 1.0472

Achsenmarkierung: | | |

Beschriftung: Einheit: π

Schneidet bei: 0.0 Fixiert am Rand



[zur Auswahl zurück](#)

Abschnitt2: Differenzieren

2.18 Limes

$$f(x) = 3 - 2x$$

Das Verhalten im Unendlichen:
Eingabe im Algebrafenster/
Eingabezeile:
Grenzwert[Funktion, Wert]
Die Funktionsgleichung und ∞
eingeben.
Grenzwert1 [1/x^2, ∞] und
Grenzwert2 [1/x^2, $-\infty$]

Außerdem liefert Geogebra auch alle
Asymptoten der Funktion.
Asymptote[Funktion]
Asymptote [1/x^2]

(Bei $x = 0$ ist eine senkrechte
Asymptote, es liegt eine Polstelle vor.)

Gibt man **Grenzwert**[1/x^2, 0] ein, so
wird dies bestätigt.

[zur Auswahl zurück](#)

2.45

Differenzieren

$$f(x) = x^3$$

Funktion eingeben:
f(x) = x^3

Die allgemeine Gleichung der
Ableitungsfunktion wird durch Eingabe
ins **Algebrafenster** angegeben und im
Grafikfenster gezeichnet.

Ableitung[f]
oder einfach f'

f'(1.7) → 8,67

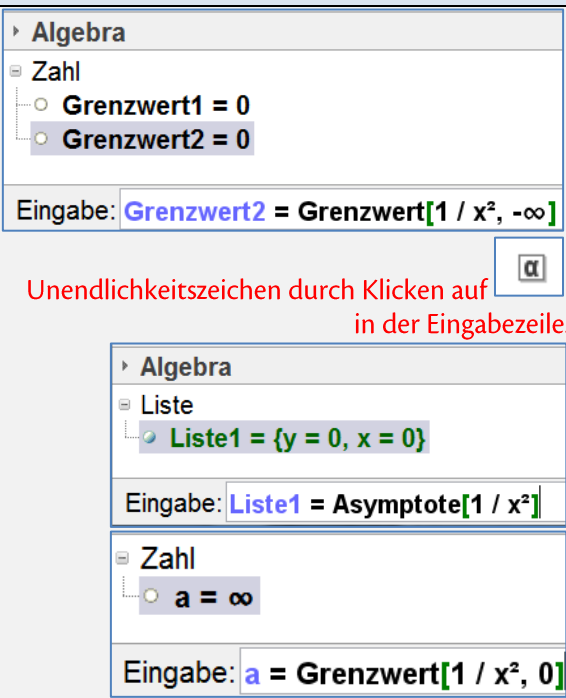

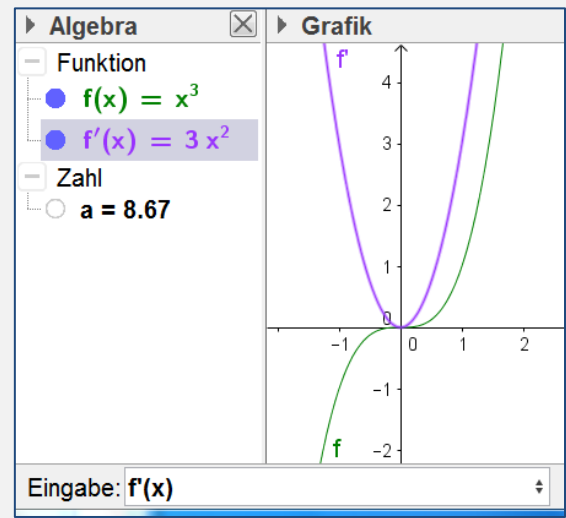
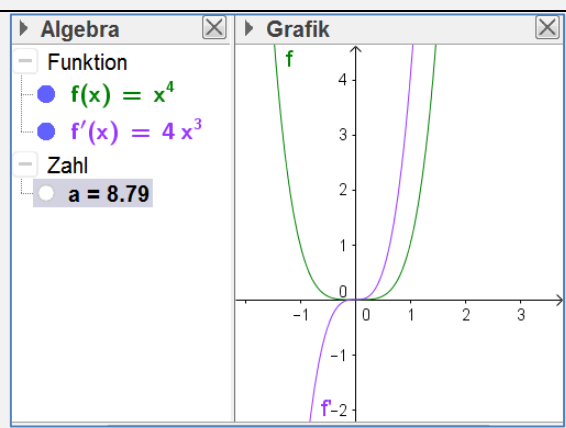
In Geogebra wird die Grafik
automatisch miterstellt.

Stellen -1,7; 1,7

[zur Auswahl zurück](#)

2.46

Wird gleich wie 1.45 behandelt mit
Eingabe von **f(x) = x^4**

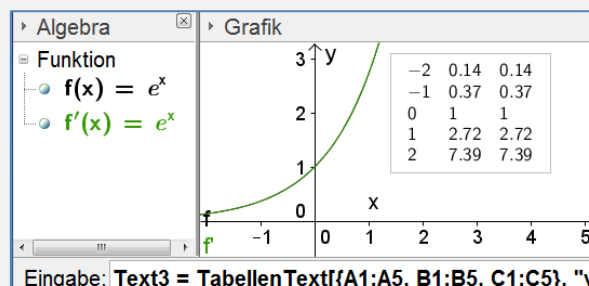
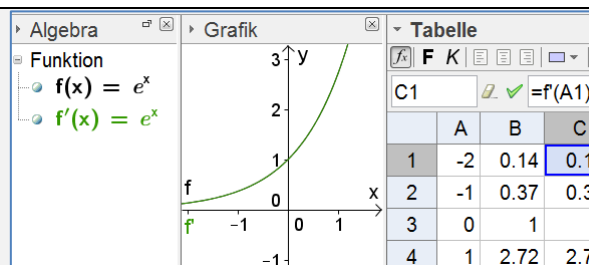
Eingabe	Ausgabe
<p>Das Verhalten im Unendlichen: Eingabe im Algebrafenster/ Eingabezeile: Grenzwert[Funktion, Wert] Die Funktionsgleichung und ∞ eingeben. Grenzwert1 [1/x^2, ∞] und Grenzwert2 [1/x^2, $-\infty$]</p> <p>Außerdem liefert Geogebra auch alle Asymptoten der Funktion. Asymptote[Funktion] Asymptote [1/x^2]</p> <p>(Bei $x = 0$ ist eine senkrechte Asymptote, es liegt eine Polstelle vor.)</p> <p>Gibt man Grenzwert[1/x^2, 0] ein, so wird dies bestätigt.</p>	 <p>Algebra</p> <ul style="list-style-type: none"> Zahl <ul style="list-style-type: none"> Grenzwert1 = 0 Grenzwert2 = 0 <p>Eingabe: Grenzwert2 = Grenzwert[1 / x^2, $-\infty$]</p> <p>Unendlichkeitszeichen durch Klicken auf  in der Eingabezeile.</p> <ul style="list-style-type: none"> Algebra <ul style="list-style-type: none"> Liste <ul style="list-style-type: none"> Liste1 = {y = 0, x = 0} <p>Eingabe: Liste1 = Asymptote[1 / x^2]</p> <ul style="list-style-type: none"> Zahl <ul style="list-style-type: none"> a = ∞ <p>Eingabe: a = Grenzwert[1 / x^2, 0]</p>
<p>Funktion eingeben: f(x) = x^3</p> <p>Die allgemeine Gleichung der Ableitungsfunktion wird durch Eingabe ins Algebrafenster angegeben und im Grafikfenster gezeichnet.</p> <p>Ableitung[f] oder einfach f'</p> <p>f'(1.7) → 8,67</p> <p>In Geogebra wird die Grafik automatisch miterstellt.</p>	 <p>Algebra</p> <ul style="list-style-type: none"> Funktion <ul style="list-style-type: none"> f(x) = x^3 f'(x) = 3x^2 Zahl <ul style="list-style-type: none"> a = 8.67 <p>Eingabe: f'(x)</p> <p>Grafik</p> <p>Graph showing f(x) = x^3 (green) and f'(x) = 3x^2 (purple) on a coordinate system.</p>
<p>Wird gleich wie 1.45 behandelt mit Eingabe von f(x) = x^4</p>	 <p>Algebra</p> <ul style="list-style-type: none"> Funktion <ul style="list-style-type: none"> f(x) = x^4 f'(x) = 4x^3 Zahl <ul style="list-style-type: none"> a = 8.79 <p>Eingabe: f'(x)</p> <p>Grafik</p> <p>Graph showing f(x) = x^4 (green) and f'(x) = 4x^3 (purple) on a coordinate system.</p>

2.48
Ableiten der
Exponential-
funktion $y = e^x$

$f = e^x$
Ableitung[f]

Die Ableitung kann man nicht grafisch wahrnehmen, weil die beiden Kurven gleich sind.
 Die Gleichungen werden im Algebrafenster angegeben.
 Die Wertetabelle kann schnell erstellt werden

Ansicht Tabelle/ Spalten füllen
 A 2 Werte vorgeben und ziehen,
 B 1 Zelle = f(a1) eingeben und ziehen
 C 1. Zelle =f'(a1) eingeben und **ziehen**.
 Die Tabelle in der Grafik liefert der Befehl
TabellenText[Spalten..."v"]
„h“ liefert die horizontale Tabelle

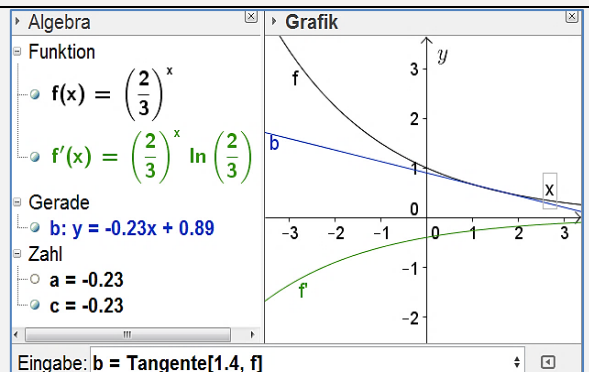


zur Auswahl zurück

1.49
Ableiten von $y = a^x$

$f(x) = (2/3)^x$ eingeben
 Für den Tangentenanstieg an einer bestimmten Stelle zB $x = 1,4$
 1. Variante:
Ableitung[f] oder nur f'
 und **$f'(1.4)$** eingeben $\rightarrow a$

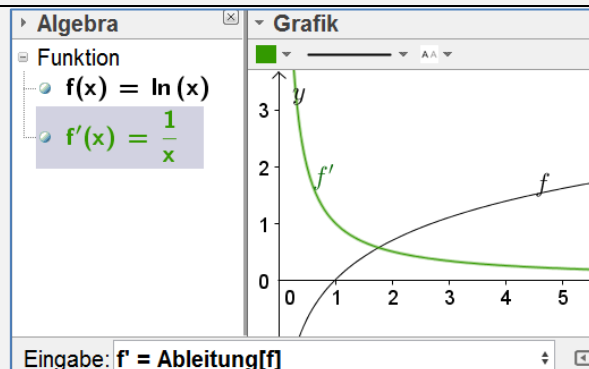
Oder 2. Variante
Tangente[1.4, f] $\rightarrow b: y = \dots$
 und **Steigung [b]** $\rightarrow c$



2.53
Ableiten von
Logarithmus
 $f(x) = \ln(x)$

$f(x) = \ln(x)$

Die Ableitungsfunktion f' wird angegeben und gezeichnet.



zur Auswahl zurück

2.95
**Kurven-
 untersuchung**
 $f(x) =$
 $x^3 - 6x^2 + 9x + 1$

zur Auswahl zurück

Grafisches Verfahren

Die Funktionsgleichung in die Eingabezeile zB

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$$

Tipp:

Man muss $f(x)$ nicht unbedingt mit eingeben, es genügt der Funktionsterm, $f(x)$ wird automatisch dazugeschrieben. Aber **Achtung:** bei linearen Funktionen NICHT nur den Term nehmen. In diesem Fall wird die Gerade als Objekt verstanden. Die Untersuchung wird dann schwieriger.

Den Graph im Grafikfenster justieren und formatieren. Befehle:

Nullstellen [f, Startwert, Endwert]

Max[f, Startwert, Endwert]

Min[f, Startwert, Endwert]

Wendepunkt [f]

Tangente[Punkt,f]

Steigung [Punkt,f]

Rechnerisches Verfahren mit CAS:

$f_1(x)$ im Algebrafenster eingeben (definieren)

Die 1. Ableitung in der Gleichung eingeben und automatisch lösen... → Extrema

Die 2. Ableitung (Grad der Ableitung zusätzlich angeben!) →

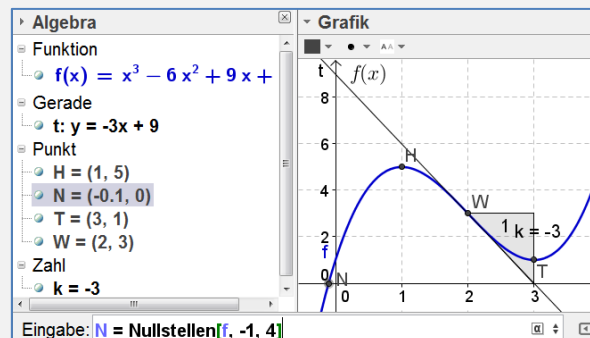
Wendepunkt

Tangente mit x -Wert und Funktion.

$f_1'(2)$ gibt den Wert -3 ...

Anstieg der Tangente bei $x = 2$

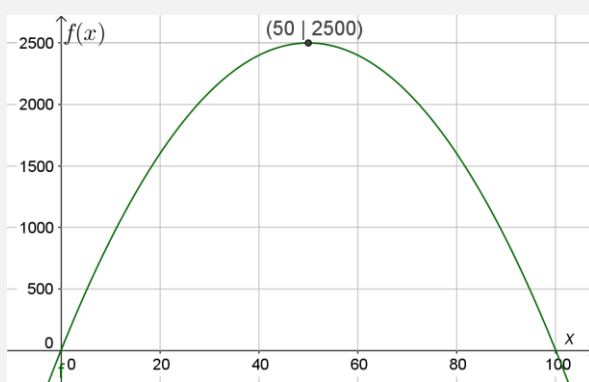
zur Auswahl zurück



CAS		Algebra
1	solve(Ableitung[f1(x), x]=0,x)	Funktion
○	→ {x = 1, x = 3}	● f1(x) = x ³ - 6x ² + 9x + 1
2	solve(Ableitung[f1(x), x, 2]=0,x)	
○	→ {x = 2}	
3	Tangente[2, f1(x)]	
○	→ y = -3 (x - 2) + 3	
4	f1'(2)	
○	→ -3	

Abschnitt 3: Extremwertaufgaben

3.8
Maximum
Grafische Lösung:


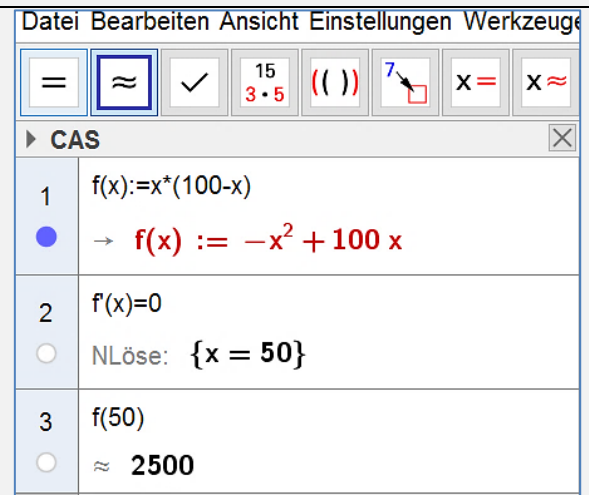
Eingabe:	Ausgabe:
<p>$f(x)=x \cdot (100-x)$ eingeben</p> <p>Max[f,Startwert,Endwert]</p> <p>Startwert zB 40 (vor dem Maximum) Endwert zB 60 (nach dem Maximum)</p> <p>$x = 50, f(x) = 2\,500$</p> <p>Auf den Punkt klicken, rechte Maustaste, Eigenschaften, Grundeinstellungen/Beschriftung/Wert</p>	

[zur Auswahl zurück](#)

Minimum

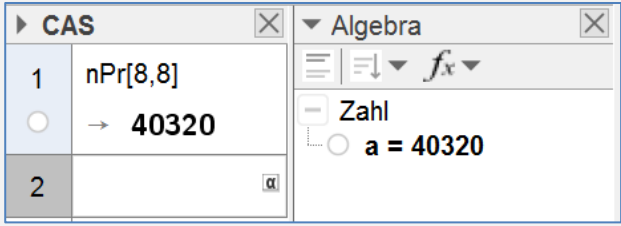
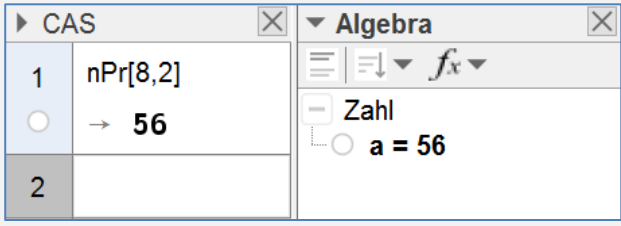
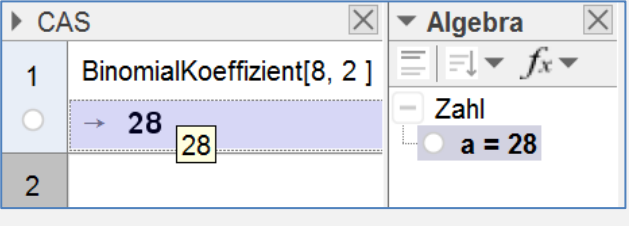
<p>...werden gleich behandelt, Befehl. Min[Funktion, Startwert, Endwert]</p>	
---	--

Lösung ohne Grafik
im CAS

<p>Funktion definieren $f(x):=x \cdot (100-x)$</p> <p>Gleichung $f'(x)=0$ eingeben und </p> <p>Löse-Numerisch Schaltelement anklicken.</p> <p>Abschließend noch den Funktionswert bestimmen: $f(50)$</p>	
--	---

[zur Auswahl zurück](#)

Abschnitt 4: Wahrscheinlichkeitsrechnung

	Eingabe	Ausgabe
<p>4.33 Permutation Variation Kombination</p> <p>8!</p> <p>$\frac{8!}{(n-k)!}$</p> <p>zur Auswahl zurück</p>	<p>Permutation ohne Wiederholung Im Algebrafenster und im CAS-Fenster, Befehl: nPr[n,n]</p> <p>Variation ohne WH Im Algebrafenster und im CAS-Fenster, Befehl: nPr[n,k]</p>	 <p>CAS window: nPr[8,8] → 40320</p> <p>Algebra window: Zahl a = 40320</p>
<p>3¹²</p>	<p>Variation mit WH mit normaler Potenz n^k</p>	 <p>CAS window: nPr[8,2] → 56</p> <p>Algebra window: Zahl a = 56</p>
<p>$\frac{8!}{(6)! 2!}$</p> <p>zur Auswahl zurück</p>	<p>Kombination ohne WH BinomialKoeffizient[n,k]</p>	 <p>CAS window: BinomialKoeffizient[8, 2] → 28</p> <p>Algebra window: Zahl a = 28</p>

4.66
Wahrscheinlichkeitsfunktion

Ansicht Tabelle,
 Tabellenwerte in 2 Spalten A, B eingeben,
 beide Spalten markieren,
 rechte Maustaste: Erzeugen/Liste von Punkten.

Die Punkte können beliebig formatiert werden, Farbe, Beschriftung entfernen usw...

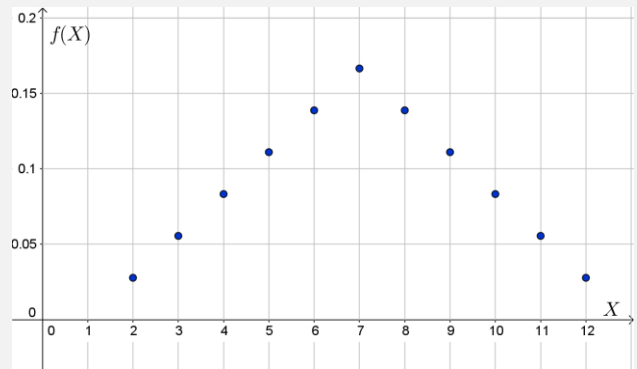
In die 3. Spalte C wird in die erste Zelle der Befehl = **B1/enter** eingegeben.

In die 2. Zelle = **C1+B2/enter**
In der 2. Zelle am unteren linken Rand das Kreuz über alle Zellen hinunter ziehen.

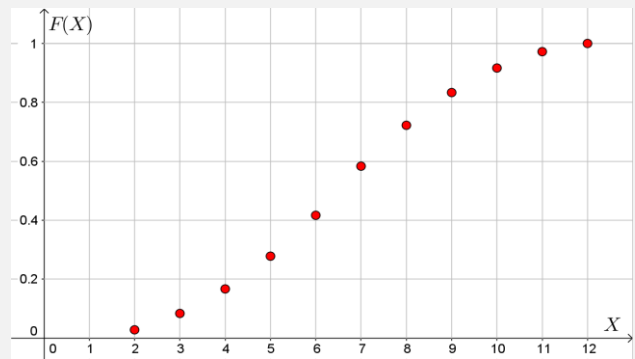
Wenn es korrekt gemacht wurde, dann ist in der letzten Zelle die Zahl 1.

Dann die 1. Spalte markieren und mit **STRG-Taste** gedrückt die 3. Spalte markieren.

Rechte Maustaste /erzeugen/Liste von Punkten und wie vorher formatieren nach Belieben.



	A	B	C
1	2	0.0278	0.02...
2	3	0.0556	0.08...
3	4	0.0833	0.16...
4	5	0.1111	0.27...
5	6	0.1389	0.41...
6	7	0.1667	0.58...
7	8	0.1389	0.72...
8	9	0.1111	0.83...
9	10	0.0833	0.91...
10	11	0.0556	0.97...
11	12	0.0278	1



Verteilungsfunktion zeichnen

zur Auswahl zurück

4.73
Erwartungswert und Standardabweichg.

es werden die Statistik-Befehle verwendet

zur Auswahl zurück

Werte in die Spalten A und B der Tabelle eingeben.

Jeweils **Spalte A und Spalte B markieren** und beide getrennt mit **rechter Maustaste/erzeugen/Liste** bearbeiten.

Befehl:
e=Mittelwert[Liste1, Liste2]

Befehl:
 σ =Standardabweichung[Liste1, Liste2]

$v=\sigma^2$...Varianz

Ergebnisse im Algebrafenster:

Algebrafenster Screenshot:

Algebrafenster zeigt die Eingabe: **Mittelwert[<Liste von Zahlen>, <Liste von Häufigkeiten>]**

Ergebnisse:

- Liste
 - Liste1 = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
 - Liste2 = {0.1667, 0.1667, 0.1667, ...}
- Zahl
 - e = 3.5
 - v = 2.9167
 - σ = 1.7078

Tabelle im Hintergrund:

	A	B	C
1	1	0.1667	
2	2	0.1667	
3	3	0.1667	
4	4	0.1667	
5	5	0.1667	
6	6	0.1667	