

## Inhalt

	Technologieinsatz (nach Aufgabennummer)	Seite
<b>1. Potenzen mit rationalen Exponenten</b>	<a href="#">1.2 Wurzeingabe</a>	2
<b>2. Quadratische Funktionen</b>	<a href="#">2.2 Zeichnen der Funktion</a>	2
	<a href="#">2.2 Nullstelle</a>	2
	<a href="#">2.2 Minimum und Maximum</a>	3
	<a href="#">2.29 Anwendung</a>	3
<b>3. 1. Quadratische Gleichungen</b>	<a href="#">3.2 Lösen einer quadratischen Gleichung</a>	4
<b>2. Gleichungen höheren Grads</b>	<a href="#">3.65 Grafische Lösungsverfahren</a>	5
<b>4. Potenzfunktionen Polynomfunktionen</b>	siehe quadratische Funktion!	5
<b>5. Beschreibende Statistik</b>	<a href="#">5.6. Tabellen und Graphen</a>	6
	<a href="#">5.10 Klasseneinteilung</a>	7
	<a href="#">5.20 Statistik-Befehle</a>	7
	<a href="#">5.20 Lagemaße</a>	8
	<a href="#">5.21 Gewichtete Größen</a>	8
	<a href="#">5.25 Streuungsmaße</a>	9
	<a href="#">5.3 2-Variablenstatistik</a>	9
	<a href="#">5.1 lin. Regression</a>	10
	<a href="#">5.45 Korrelation</a>	10

In der vorliegenden Anleitung sind nur jene Funktionen des Rechners angesprochen, die im Lehrbuch „Kompetenz: Mathematik BAfEP 2“ zu den angeführten Aufgaben empfohlen werden.

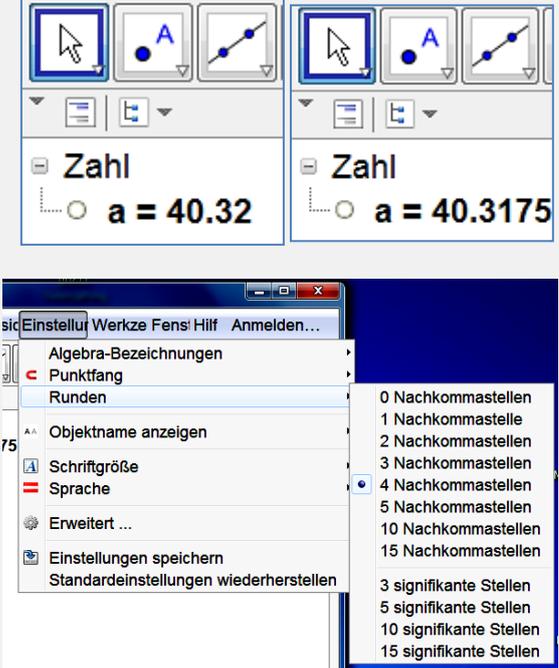
## Abschnitt 1: Potenzen mit rationalen Exponenten

### 1.1 Wurzeleingabe

Vorsicht: Wurzeln sind nur für positive Radikanden definiert.

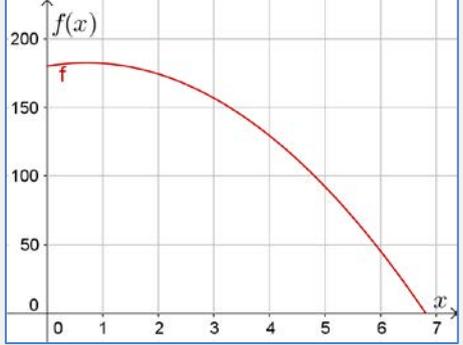
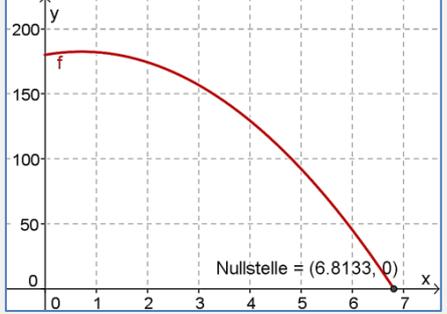
Geogebra liefert aber bei ungeraden Wurzelexponenten die Lösung auch für negative Radikanden als reelle Lösung zB  $x^3 = -27 \rightarrow x = -3$

**zur Auswahl zurück**

Eingabe	Ausgabe
<p>Die Wurzel wird als Potenz mit einer Bruchhochzahl eingegeben.</p> <p>Algebrafenster  <math>=2^{(16/3)}</math> / Enter</p> <p>Mehr Kommastellen kann man unter dem Registerblatt „Einstellungen“ / <b>Runden</b> vorgeben</p>	

## Abschnitt 2: Quadratische Funktionen

### 2.2 Zeichnen von quadr. Funktionen

Eingabe	Ausgabe
<p>In die Eingabezeile die Funktionsgleichung eingeben. Sinnvolle Definitionsmenge beachten:</p> <p><b>Funktion</b> <math>[-9.81x^2/2 + 7x + 180, 0, 6.81]</math> / Enter</p> <p>Mit dieser etwas komplizierten Eingabe startet die Kurve erst bei <math>x = 0</math> und endet an der Nullstelle. Das entspricht der sinnvollen Definitionsmenge.</p> <p>Eine weitere gleichwertige Eingabemöglichkeit:  <b>WENN</b><math>[0 \leq x \leq 6.81, 2 + 7x + 180]</math></p>	
<p>Funktionsgleichung in die Eingabezeile eingeben, ohne Begrenzungen.</p> <p><b>Nullstelle</b> <math>[(f(x))]</math> / Enter</p> <p>Zum Anzeigen der Koordinaten auf den Punkt klicken,  <b>Eigenschaften</b> / <b>Grundeinstellungen</b> / <b>Wert</b></p>	

**zur Auswahl zurück**

**Minimum bzw. Maximum der quadratischen Funktion**

**zur Auswahl zurück**

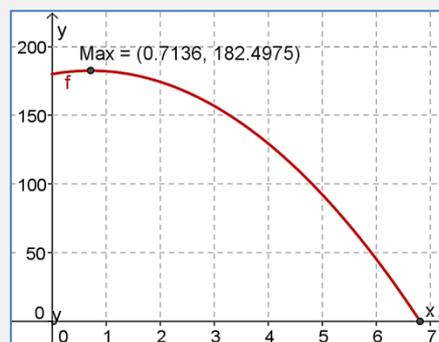
**2.29 Anwendung**

Variable  $t$  kann verwendet werden  
 $\rightarrow t$

Funktionsterm in die Eingabezeile eingeben.

**Max[f(x),0,5) / Enter**

Zum Anzeigen der Koordinaten in der Grafik auf den Punkt klicken,  
**Eigenschaften/ Grundeinstellungen/Wert**



Zur Bestimmung des **Hochpunktes**:

**Algebra**

- Funktion
  - $f(t) = -9.81 \cdot \frac{t^2}{2} + 7t + 180,$
- Punkt
  - A(0.7136 | 182.4975)
- Text
  - Text1 = "f(t)"
  - Text2 = "t"
  - Text3 = "in m"
  - Text4 = "in s"

**Grafik**

The software interface shows the same parabola as above. The peak point is highlighted with a black dot and labeled with its coordinates: (0.7136 | 182.4975). The y-axis is labeled 'f(t) in m' and the x-axis 't in s'. Below the graph, the input field contains 'Eingabe: Extremum[f]'.

Zur Bestimmung der **Nullstelle** muss die Kurve über die Definitionsmenge verlaufen, damit ein Schnittpunkt mit der Abszisse entsteht.

**zur Auswahl zurück**

**Algebra**

- Funktion
  - $f(t) = -9.81 \frac{t^2}{2} + 7t + 180,$  Funktion f
- Punkt
  - A(0.7136 | 182.4975)
  - C(6.8133 | 0)
- Text
  - Text1 = "f(t)"
  - Text2 = "t"
  - Text3 = "in m"
  - Text4 = "in s"

**Grafik**

The software interface shows the same parabola. The x-intercept is highlighted with a black dot and labeled with its coordinates: (6.8133 | 0). The y-axis is labeled 'f(t) in m' and the x-axis 't in s'. Below the graph, the input field contains 'Eingabe: Nullstelle[f]'.

Die höchste Stelle wird nach 0,71 Sekunden auf einer Höhe von ca. 182,5 m erreicht.  
Der Aufprall auf dem Boden erfolgt nach 6,8 Sekunden.

## Abschnitt 3.1: Quadratische Gleichungen

### 3.1 Lösen einer quadratischen Gleichung in $\mathbb{R}$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 + 3x - 9 = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$x^2 + 3x + 9 = 0$$

**Eingabe**  
Betrachtet man den Gleichungsterm als einen Funktionsterm, dann erhält man durch das Bestimmen der Nullstellen die beiden reellen Lösungen der quadratischen Gleichung.

Einfacher löst man die Gleichung mit CAS.

**Ansicht /CAS**

**NLöse [  $x^2 - 9 = 0$ ,  $x$  ] / Enter**

**zur Auswahl zurück**

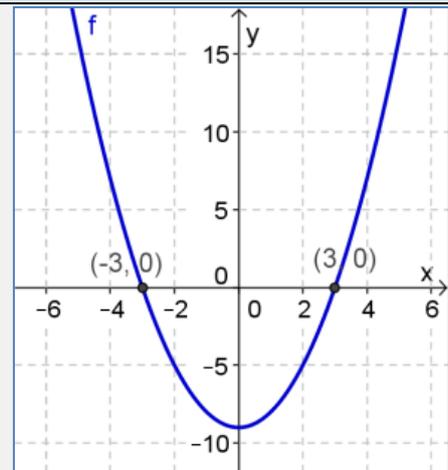
**2 reelle Lösungen:** **NLöse [  $x^2 + 3x - 9 = 0$ ,  $x$  ] / Enter**

**1 Doppellösung:** **NLöse [  $x^2 + 6x + 9 = 0$ ,  $x$  ] / Enter**  
2-mal die gleiche Lösung

**keine reelle Lösung:** **NLöse [  $x^2 + 3x + 9 = 0$ ,  $x$  ] / Enter**

Liegt keine reelle Lösung vor, dann gibt Geogebra CAS ein Fragezeichen aus.

### Ausgabe



```
CAS
1 NLöse[f(x)=0,x]
  → {x = -5.3861, x = 6.8133}
```

```
CAS
1 NLöse[x^2+3x-9=0,x]
  → {x = -4.8541, x = 1.8541}
2 NLöse[x^2+6x+9=0,x]
  → {x = -3, x = -3}
```

```
CAS
1 NLöse[x^2+3x+9=0, x]
  → ?
```

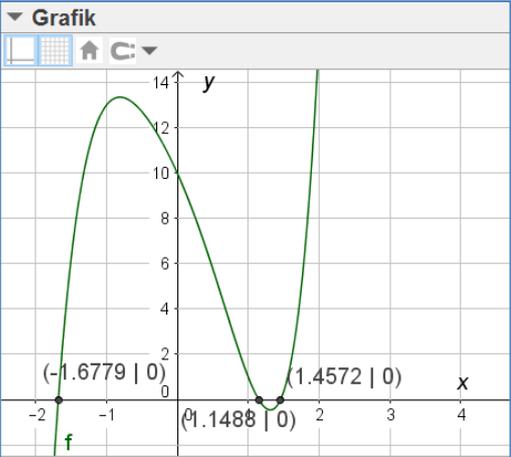
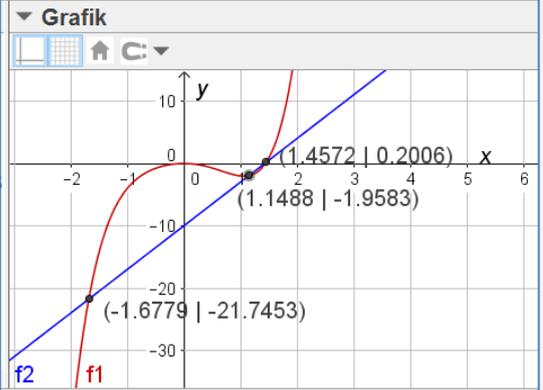
## Abschnitt 3.2: Gleichungen höheren Grads

### 3.65 Lösen einer Gleichung höheren Grads

$$x^5 - 3x^2 = 7x - 10$$

#### 1. Grafisch über Funktionen mit Berechnen der Nullstellen

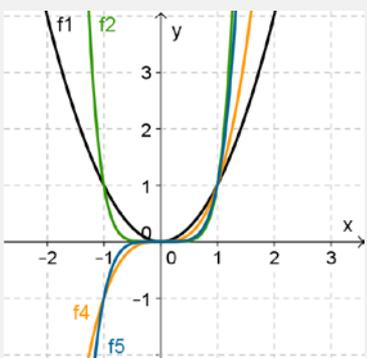
[zur Auswahl zurück](#)

Eingabe	Ausgabe
<p>Umformen auf <math>x^5 - 3x^2 - 7x + 10 = 0</math></p> <p>Betrachtet man den Gleichungsterm als einen Funktionsterm, dann erhält man durch das Bestimmen der Nullstellen die reellen Lösungen der Gleichung.</p> <p><b>Im Höchstfall</b> hat die Funktion gleich viele Durchgänge durch die x-Achse wie der Grad der Gleichung angibt.</p> <p><b>Daher die x-Achse genügend breit einstellen!</b></p> <p>Meist jedoch gibt es weniger, gelegentlich auch keine Lösung.</p> <p>Algebra:  <math>f(x) = x^5 - 3x^2 - 7x + 10</math> / Enter                      Grafik: Achsen passend ziehen.                      In Eingabezeile:  <math>\text{Nullstellen}[f, \text{Startwert}, \text{Endwert}]</math></p>	 <p>Eingabe: <math>\text{Nullstellen}[ \langle \text{Funktion} \rangle, \langle \text{Startwert} \rangle, \langle \text{Endwert} \rangle ]</math></p> <p>Es sind <b>3 reelle Lösungen</b> zu erkennen. Mit <b>Eigenschaften/ Beschriftung anzeigen/ Wert</b> erhält man die Punktkoordinaten und liest die Lösungen ab:  <math>x_1 = -1,68</math>; <math>x_2 = 1,15</math>; <math>x_3 = 1,46</math>                      auf 2 Nachkommastellen gerundet.</p>
<h4>2. Grafisch über Funktionen mit Berechnen der Schnittpunkte</h4> <p>Es werden 2 Funktionen mit den Funktionstermen der linken und der rechten Seite. eingegeben.</p> <p><math>f_1(x) = x^5 - 3x^2</math>  <math>f_2(x) = 7x - 10</math>  <math>\text{Schneide}[f_1, f_2, \text{Anfangswert}, \text{Endwert}]</math></p> <p>Die x-Werte der Schnittpunkte ergeben die reellen Lösungen der Gleichung.</p> <p>Es sind 3 Schnittpunkte zu erkennen</p>	 <p>Eingabe: <math>\text{Schneide}[ \langle \text{Funktion} \rangle, \langle \text{Funktion} \rangle, \langle \text{Anfangswert} \rangle, \langle \text{Endwert} \rangle ]</math></p> <p>Die x-Werte der Schnittpunkte werden abgelesen  <math>x_1 = -1,68</math>; <math>x_2 = 1,15</math>; <math>x_3 = 1,46</math></p>

## Abschnitt 4: Potenz- und Polynomfunktionen

### 4.1 Zeichnen von Potenzfunktionen

[zur Auswahl zurück](#)

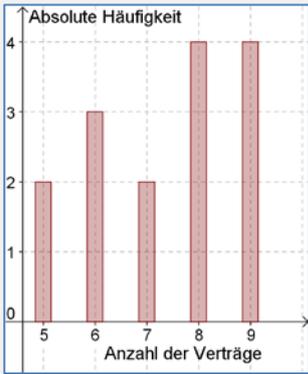
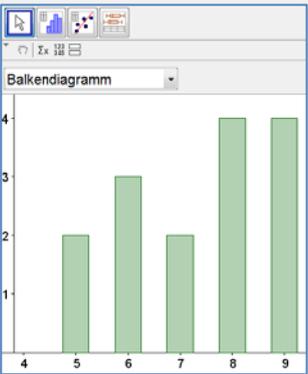
Eingabe	Ausgabe
<p>In die Eingabezeile schreiben:</p> <p><math>f_1(x) = x^2</math> / Enter  <math>f_2(x) = x^4</math> / Enter  <math>f_3(x) = x^6</math> / Enter  <math>f_4(x) = x^3</math> / Enter  <math>f_5(x) = x^5</math> / Enter</p> <p>Im <b>Grafik-Fenster</b> die Achsen in die richtige Position ziehen. Unter <b>Eigenschaften</b> die Farbe, Dicke der Linie usw. wählen.</p>	

Eigenschaften der Polynomfunktionen: Nullstellen, Maximum und Minimum siehe [Anleitung](#) „Quadratische Funktionen“

## Abschnitt 5: Beschreibende Statistik

### 5.6 Tabellen und Graphen

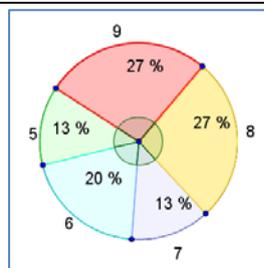
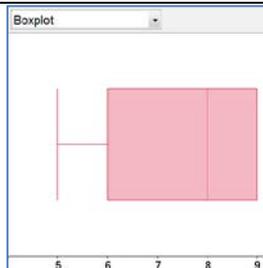
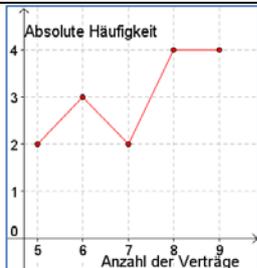
**zur Auswahl zurück**

Eingabe	Ausgabe																																															
<p><b>Ansicht Tabelle</b> Urliste eingeben.</p> <p>Liste erzeugen: <b>Spalte markieren, Rechtsklick/ erzeuge Liste → Liste 1</b></p> <p>Braucht man die Liste zur Weiterverarbeitung, kann man folgendermaßen vorgehen:</p> <p>Algebrafenster: <b>Einzigartig [ Liste1 ] → Liste 2</b> gibt die Einzelwerte der Rohdaten <b>Häufigkeit [Liste1] → Liste 3</b></p> <p><b>Übertragen in die Tabelle:</b> <b>Fülle Spalte [2,Liste2] und Fülle Spalte [3,Liste3]</b> Die relative und die kumulative Häufigkeit kann man dann in der Tabelle weiter mit = Formel und Ziehen des Kreuzes links unten an der 1. berechneten Zelle erarbeiten.</p> <p>zeichnen <b>Zum Zeichnen des Balkendiagramms 2 Varianten:</b> <b>1.</b> Eingeben im Algebrafenster; <b>Balkendiagramm[Liste Rohdaten; Balkenbreite, Vertikale Skalierung]</b> <b>hier:</b> <b>Balkendiagramm[Liste1;0.5;1]</b> Weiterverarbeiten nach Wunsch...</p> <p><b>2.</b> ohne Beschriftung kann man auch die schnelle Variante wählen: <b>Markieren der Spalte/ Tabellenansicht/ Analyse einer</b></p> <p></p> <p><b>Variablen</b> <b>Balkendiagramm</b> wählen. zur Weiterverarbeitung ins Grafikfenster <b>mit Rechtsklick: in die Zeichenfläche kopieren...</b></p>	<p><b>Häufigkeitstabelle erscheint im Grafikfenster:</b></p> <p>In die Eingabezeile: <b>Häufigkeitstabelle[Liste Rohdaten, Skalierungsfaktor]</b> hier [ Liste1,1]</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Wert</th> <th>Häufigkeit</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td>6</td><td>3</td></tr> <tr><td>7</td><td>2</td></tr> <tr><td>8</td><td>4</td></tr> <tr><td>9</td><td>4</td></tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th>B</th> <th>C</th> <th>D</th> <th>E</th> <th>F</th> </tr> <tr> <th>Anz.</th> <th>abs.H.</th> <th>rel.H.</th> <th>proz.H</th> <th>kum.H.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>5</td><td>2</td><td>0.13</td><td>13</td><td>2</td></tr> <tr><td>6</td><td>3</td><td>0.2</td><td>20</td><td>5</td></tr> <tr><td>7</td><td>2</td><td>0.13</td><td>13</td><td>7</td></tr> <tr><td>8</td><td>4</td><td>0.27</td><td>27</td><td>11</td></tr> <tr><td>9</td><td>4</td><td>0.27</td><td>27</td><td>15</td></tr> </tbody> </table> <p><b>rel. H. : =C2/Summe[C2:C6] in 1. D-Zelle und ziehen kum H.: =Häufigkeit[true;Liste1] im Algebrafenster, in Zelle F2 mit gedrückter STR-Taste ziehen, „transponiert“ anklicken. ( Oder mit Fülle Spalte...)</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>Absolute Häufigkeit</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Balkendiagramm</p> </div> </div>	Wert	Häufigkeit	5	2	6	3	7	2	8	4	9	4	B	C	D	E	F	Anz.	abs.H.	rel.H.	proz.H	kum.H.	5	2	0.13	13	2	6	3	0.2	20	5	7	2	0.13	13	7	8	4	0.27	27	11	9	4	0.27	27	15
Wert	Häufigkeit																																															
5	2																																															
6	3																																															
7	2																																															
8	4																																															
9	4																																															
B	C	D	E	F																																												
Anz.	abs.H.	rel.H.	proz.H	kum.H.																																												
5	2	0.13	13	2																																												
6	3	0.2	20	5																																												
7	2	0.13	13	7																																												
8	4	0.27	27	11																																												
9	4	0.27	27	15																																												

**zur Auswahl zurück**

weitere  
Diagrammarten

[zur Auswahl zurück](#)

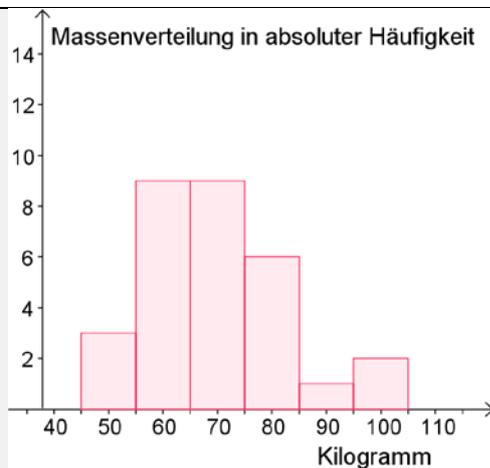


Das  
Kreisdiagramm  
ist nicht  
integriert.  
Erstellen über  
Kreis- und  
Winkel.  
Winkel mit  
[rel.H. mal 360](#)

### 5.10 Klasseneinteilung

**Urliste eingeben**-> **Liste 1**  
**Klassen[Liste1; Anfangswert, Klassenbreite]**→ **Liste 2**  
**hier [Liste1,45,10]**  
**Histogramm [Liste2,Liste 1, false]**  
false bedeutet, dass das Histogramm nicht mit der Fläche sondern mit der Klassenhäufigkeit dargestellt wird.

**Die Häufigkeitstabelle** bekommt man ins Grafikfenster mit:  
**Häufigkeitstabelle[Liste2,Liste1]**



Intervall	Zähle
45 - 55	3
55 - 65	9
65 - 75	9
75 - 85	6
85 - 95	1
95 - 105	2

### 5.20 Statistik-Befehle

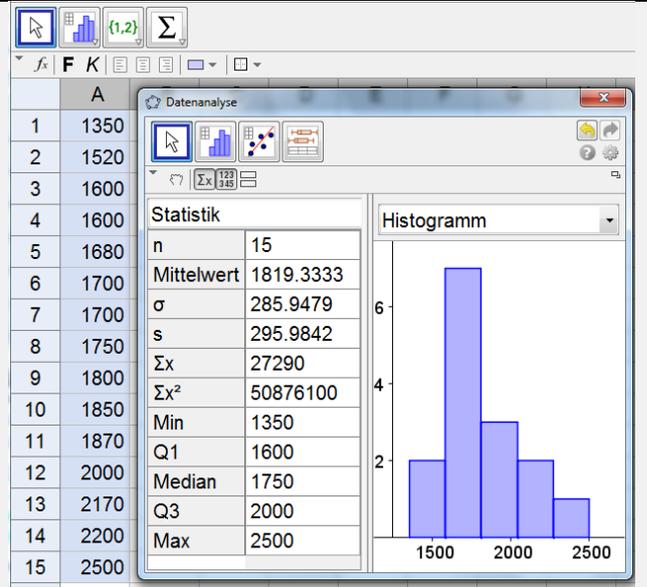
[zur Auswahl zurück](#)

- =SUMME(Liste)** Addiert die Zahlen einer Liste
- =Zählewenn[ Bedingung, (Variable), Liste]** Zählt alle Zahlen mit der gegebenen Bedingung
- =Wenn(Bedingung; Dann\_Wert; Sonst\_Wert)**
- =Max(Liste...)** Maximalwert der Daten einer Liste
- =Min(Liste...)** Minimalwert der Daten einer Liste
- =Modalwert(Liste von Zahlen)** Modalwert der Daten einer Liste
- =Median[Liste Rohdaten, (Liste Häufigkeit)]**
- =Percentile[Liste von Zahlen;0,25]; =Percentile[Liste von Zahlen;0,75]** = 1. und 3. Quartil oder bei Häufigkeiten besser:  
**Q1[Liste von Zahlen, Liste von Häufigkeiten]** bzw. **Q1[Liste von Zahlen, Liste von Häufigkeiten]**
- =Mittelwert[Liste Rohdaten; (Liste Häufigkeiten)]** Arithmetisches Mittel der Daten der Liste ( mit Häufigkeiten)
- =GeometrischerMittelwert[Liste von Zahlen]** Geometrisches Mittel der Daten einer Liste
- =Varianz[Liste von Rohdaten,(Liste von Häufigkeiten)]** Grundgesamtheit, Varianz
- =Stichprobenvarianz[Liste von Rohdaten,(Liste von Häufigkeiten)]** Stichprobenvarianz der Daten
- =Standardabweichung [Liste der Rohdaten, (Liste der Häufigkeiten)]** Grundgesamtheit Standardabweichung
- =Stichprobenstandardabweichung [Liste der Rohdaten, (Liste der Häufigkeiten)]** Stichprobe, Standardabweichung

**5.20  
Lagemaße**

Die statistische Analyse wird zusammengefasst ausgegeben:

Urliste eingeben, markieren auf den Schaltknopf mit **Stabdiagramm klicken. Analyse/ Summenzeichen**



**5.20  
Gewichtete Größen**

Wird gleich behandelt wie Einzeldaten, nur muss die **Häufigkeitsliste** hinzugefügt werden.

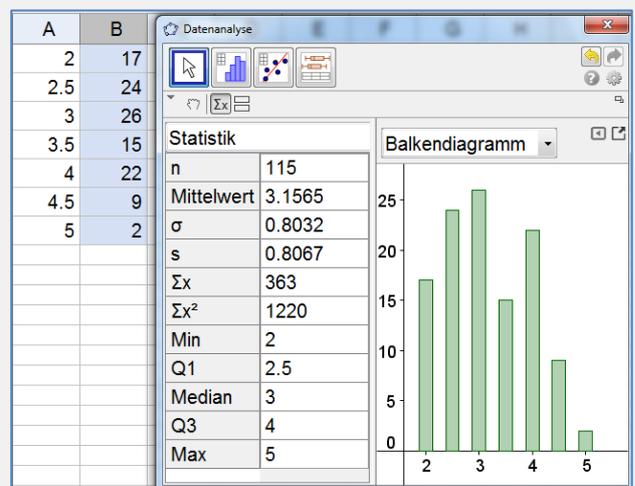
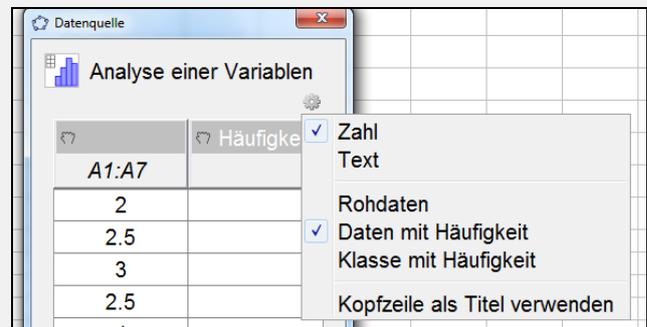
**zur Auswahl zurück**

**Markiere die 1.Spalte**, klicke auf das Diagrammsymbol, dort klicke im Dialogfeld auf das „Einstellungen“-Zeichen rechts oben.

„Daten mit Häufigkeit“ aktivieren. Es wird eine Tabellenspalte mit Häufigkeit angelegt.

**Markiere nun die 2. Spalte**, klicke doppelt auf die Hand bei Häufigkeit, dann wird die Liste übertragen.

Jetzt auf das **Summensymbol** gehen.



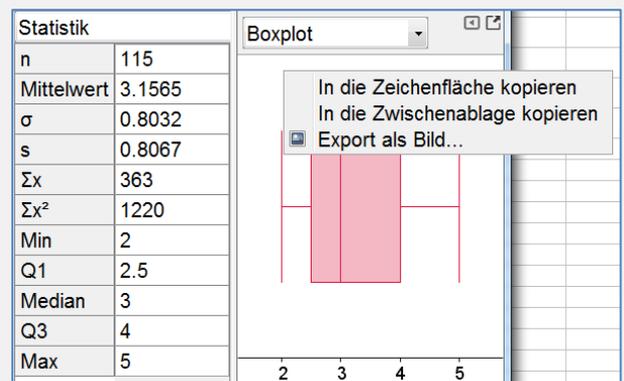
**5.21**

Boxplot zeichnen

Im gleichen Fenster „Boxplot auswählen, zur Weiterbearbeitung **Rechtsklick/in die Zeichenfläche kopieren.**

Im Grafikfenster kann es beliebig beschriftet, gefärbt etc werden.

Kreisdiagramm bei Geogebra. Siehe S.9



**5.25**  
**Streuungsmaße**

Die Streuungsmaße kann man aus den statistischen Analysen herauslesen.  
Tabellenspalten als Listen im Algebrafenster  
Da auch der Boxplot schon genau erklärt wurde, berechnen wir hier nur die Standardabweichung und geben den IQR an.  
Eingabezeile = **Stichprobenstandardabweichung(Liste1,Liste2)** →  
s = 0,959 ... Stichprobe  
Eingabezeile = **Q3[Liste1,Liste2,3] - [Q1Liste1, Liste2,1]** → IQR = 1,5

**5.3**  
**2-Variablenstatistik**  
**Regressionsgerade**

Die Daten eingeben  
alles markieren,  
**erzeuge Liste von Punkten. ( Liste1)**  
Im Algebrafenster die statistischen Größen berechnen:

Befehle:

**1. Variante:**

**kov=KOVARIANZ[Liste1]**

**mx= Mittelwert [A1: A9]**

(A1: A9 evt als Liste 2 speichern)

**my=Mittelwert[B1: B9]**

(B1: B9 evt als Liste3 speichern)

**stabx=StandardabweichungX[A1:A9]**

**k = kov/stabx<sup>2</sup>**

**2. Variante:**

**varx=Varianz[A1:A9] (= stabx<sup>2</sup>)**

!

**k = kov/varx**

**d= my - k \*mx**

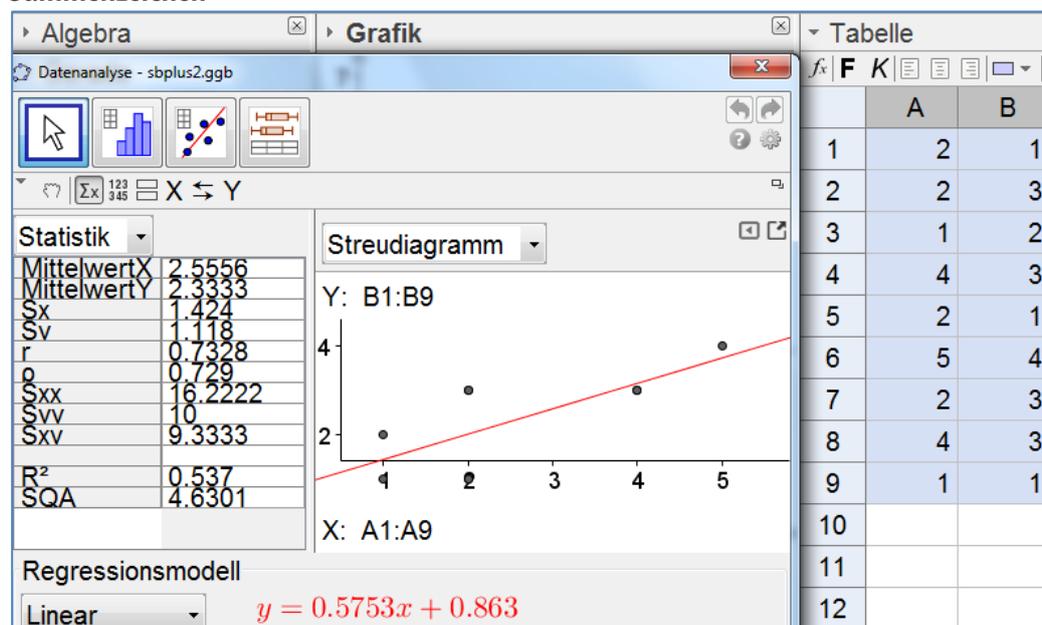
**zur Auswahl zurück**

	A	B
1	2	1
2	2	3
3	1	2
4	4	3
5	2	1
6	5	4
7	2	3
8	4	3
9	1	1

Zahl
d = 0.863
k = 0.575
kov = 1.037
mx = 2.556
my = 2.333
stabx = 1.343
varx = 1.802

5.45  
Lineare Regression

Oder die Befehle als statistische Analyse sofort ausgeben:  
Bei Tabelle auf den 3. Button: Analyse von 2 Variablen klicken und auf das Summenzeichen



zur Auswahl zurück

Korrelation

Wir wählen aus der Tabelle die schnelle Analyse und lesen die Werte ab:

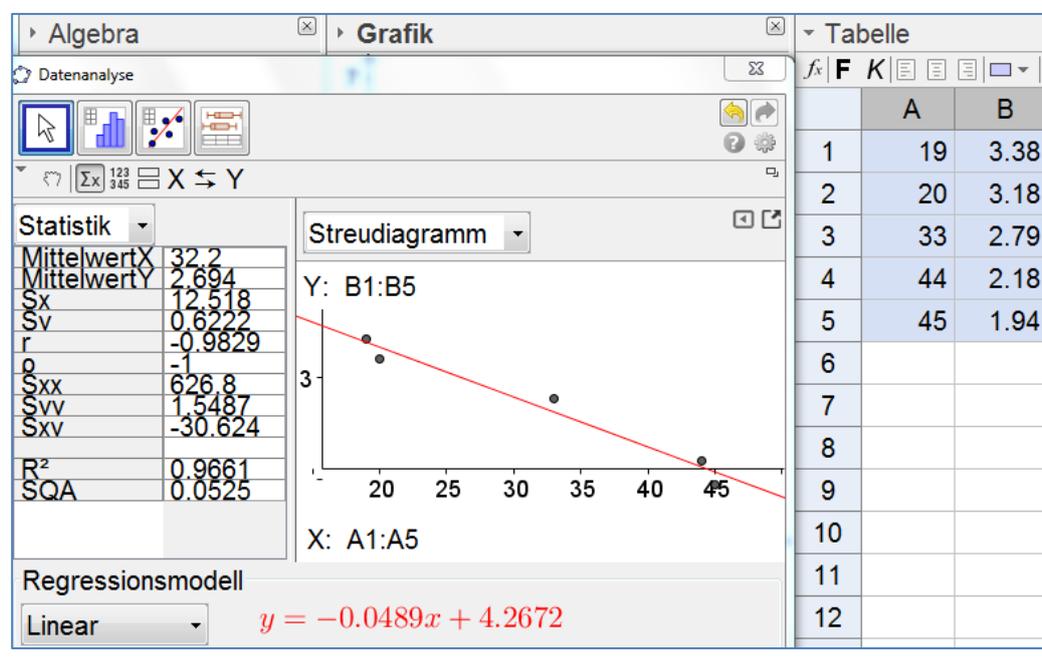
$r = -0,9829$

Bei Tabelle auf den 3. Button: Analyse von 2 Variablen klicken und auf das Summenzeichen.

r... Pearson Koeffizient

$\rho$  ... Spearman Koeffizient

Die Rangordnung muss daher nicht eigens bestimmt werden.



zur Auswahl zurück